NEW PRINCIPLES OF GUNNERY

CHAP. I.

Of the Force of Gunpowder.

PROPOSITION I.

Gunpowder, fired either in a Vacuum or in Air, produces by its Explosion a permanent elastic Fluid.

If a red-hot iron be included in a receiver, and the receiver be exhausted, and gunpowder be then let fall on the iron, the powder will take fire, and the mercurial gauge will suddenly descend upon the explosion; and though it immediately ascends again, yet it will never rise to the height it first stood at, but will continue depressed by a space proportioned to the quantity of gunpowder which was let fall on the iron. This is a well-known experiment, and is circumstantially described by Mr. Hauksbee, in the *Philosophical Transactions*, No. 295 ; in which place he tells us, that he by this means (firing small quantities at a time) reduced the gauge from $29\frac{1}{2}$ inches to $29\frac{3}{4}$. Now this experiment, which has been often repeated, proves the proposition with respect to the production of a permanent elastic fluid in a vacuum ; for the descent of the gauge could only be effected by the pressure of some new generated fluid in the receiver, balancing in part the pressure of the external air. That this fluid, or some part of it at least, was permanent, appears from what Mr *Hauksbee* relates in the same place ; that though the quicksilver ascended after the operation, yet it next day had ascended no higher than to $29\frac{1}{2}$ inches, at which place it seemed to continue fixed. And that this fluid is elastic, is proved from the descent of the mercurial gauge; since the quantity of matter contained in this fluid could not by its gravity alone have sunk the quicksilver by the least sensible quantity ; also from its extending itself through any space, however great ; the experiment succeeding in either a large or small receiver ; only the larger the receiver, the less will be the descent of the mercurial gauge to the same quantity of powder, the pressure of the generated fluid diminishing as its density diminishes.

The same production likewise takes place when gunpowder is fired in the air * ; for if a small quantity of powder be placed in the upper part of a glass tube, and the lower part of the tube be immerged in water, and the water be made to rise so near the top, that only a small portion of air is left in that part where the gunpowder is placed; if in this situation the communication of the upper part of the tube with the external air be closed, and the gunpowder be fired (which may easily be done by a burning glass) the water will in this experiment descend on the explosion, as the quicksilver did in the last, and will always continue depressed below the place at which it stood before the explosion ; and the quantity of this depression will be greater, if the quantity of powder be increased, or the diameter of the tube be diminished. From whence it is proved, that, as well as in air, as in vacuum, the explosion of fired powder produces a permanent elastic fluid.

**Vid*. Hauksbec Phys, Mechan. Exper. page 81.

SCHOLIUM

It has been known; ever since the time of *Mr. Boyle*, that many substances in fermentation and other physical operations, produce elastic fluids analogous in some of their effects to the common air. It is likewise known that other mixtures will in many cases absorb a part of the air contiguous to them ; .. in particular, it is observed, that all burning bodies, and all sulphureous fumes, destroy great quantities of air, either by absorbing it into their own substance, or at least by depriving it of its elasticity. This creation and consumption of air in chymical processes, has been most diligently and successfully examined by the reverend Mr. *Hales*, in his *Vegetable Statics*, and on these principles it follows, that in the last experiment, the sulphurous fumes arising from the burning of the charcoal and brimstone, contained in the powder, must soon absorb some of the air in which the powder is fired ; for which reason it is necessary that the bulk of the air, which the powder is placed in before it is fired, should bear as small a proportion as possible to the quantity of powder ; so that the success of the experiment may not be disturbed by the absorbed air approaching to an equality with the generated fluid.

There is, besides, another reason, that, when powder is fired in the manner of the last experiment, the bulk of the air in which it is placed should be as little as possible ; which is, that the fire, at the instant of the explosion, will greatly augment the elasticity of that air, and the pressure arising from this increased elasticity, being added to the force of the generated fluid, will endanger the bursting of the tube.

Note

The first reason which our Author advances, why one should leave as little air as possible at the top of tube, is hard to understand: as the part of the tube above the water is occupied, before ignition, partially by air and partially by the matter of the powder ; it must still be found there after the ignition, both the elastic fluid produced by the powder, and the air which was there before, less the air absorbed by the sulfur vapor. Because of the surplus space, in the latter case containing the same elastic fluid, less air is absorbed, and even less the space occupied by the powder. So this surplus, on which depends all the success of the experiment will always be the same, regardless of the quantity of air that will be left in the tube. The consideration of more or less air is absolutely useless in this experiment, unless we may say that the amount of air absorbed is much less, which at least has been left in the tube: in this case, we would have reason to keep the least amount, if it were possible. But may one not be able to object, that in the absence of air, the sulphurous vapor should be able to attack the elastic fluid itself, and by absorbing part of it ? Especially since there was a great analogy between air & this fluid, the success of the experience then would be equally uncertain, as if one had left a lot of air in the tube. Anyway, this will not add anything to the evidence of this Proposal, and it is useless to dwell further on it. Moreover, if we wished to use this experiment to determine the amount of elastic matter that the powder produced, the air being absorbed would present no impediment: it would be sufficient to observe, in the same instant, the largest reduction of the water in the tube, if there is any evidence that the effect of the sulfur vapor in the air is not instantaneous.

REMARQUE

La premiere raison pour laquelle notre Auteur recommande de ne laisser dans le haut du tube que le moins d'air qu'il est possible, n'est point aisée à concevoir : car la partie du tube est au dessus de l'eau étant occupée, avant l'inflammation , par l'air & par les grains de poudre, il doit s'y trouver , après l'inflammation , le fluide élastique produit par la poudre, fair qui l'air y'étoit auparavant , moins l'air absorbe par la vapeur du soufre. De forte que le surplus de l'space, dans le dernier cas, contiendra ce même fluide élastique; moins l'air absorbé, & moins encore l'espace qu'occupoient les grains de poudre . Donc ce surplus, d'où dépend tout le succês de l'experience, sera toujours le meme, quelle que soit sa quantité d'air qu'on aura laissée dans le tube. La considération du plus ou moins d'air est donc absolument inutile dans cette expérience ; à moins qu'on ne dise que la quantité d'air absorbé est d'autant moindre, qu'on en aura laissé moins dans le tube : dans ce cas lá, on auroit raison d'en conserver le moins qu'il si est possible. Mais ne pourroiton pas objecter, qu'au défant de l'air, la vapour sulfureuse pourroit bien attaquer le fluide élastique lai-même, & en absorber une partie ? D'autant plus qu'il y a une grande analogie entre l'air & çe fluide ; le succes de l'experience seroit alors tout aussi incertain, que si l'on eût laissé beaucoup d'air dans le tube. Quoi qu'il en soit, çette circonstance ne pouvant rien ajouter à la preuve de la présente Proposition , il est inutile de s'y arrêter davantage. Au reste, si l'on vouloit employer cette experience pour déterminer la quantité de matiere élastique que la poudre a produite, l'air absorbé n'y mettroit aucun empêchement: il suffiroit d'observer , dans l'instant même, le plus grand abaissement de l'eau dans le tube, parce qu'il y a toute apparence que l'effet de la vapeur sulfureuse sur l'air n'est point instantané.

ANMERKUNG

Die erstere Ursache, welche unser Autor anführet, weswegen man so wenig Luft als möglich, oben in der Röhre lassen solle, ist schwehr einzusehen. Denn da vor der Entzündung der Raum in der Röhre über dem Wasser theils mit Luft, theils mit der Materie des Pulvers, erfüllet gewesen, so muß sich nach der Entzündung daselbst noch die vorige Luft, nebst dem dadurch hervorgebrachten Fluido elastico weniger der von dem Dampf verzehrten Luft befinden. Folglich wird der Ueberschuß des Raums im letztern Fall dieses Fluidum elasticum, weniger der verzehrten Luft, und auch noch weniger dem Raum, welchen vorher das Pulver eingenommen, enthalten. Dahero dieser Ueberschuß, worauf die Sichtbarkeit des Experiments beruhet, einerlei seyn müßte, obgleich anfänglich viel oder wenig Luft in der Röhre gelassen worden. Unter diesen Umständen würde also die angeführte Ursache ungültig seyn; oder man müßte behaupten, daß die Dämpfe um so viel weniger Luft verzehren, je weniger zurück gelassen würde: in welchem Falle diese Ursache noch einiger massen bestehen könnte. Man könnte aber gleichwohl noch dagegen einwenden, ob die Dämpfe nicht in Ermanglung genugsamer Luft die elastische flüßige Materie, so aus der Loßbrennung des Pulvers entstanden, selbst angreiffen, und davon einen rrheil verzehren würden? angesehen diese Materie mit der Luft eine so sehr grosse Aehnlichkeit hat; und in diesem Fall müßte das Experiment eben so ungewiß bleiben, als wenn man viel Luft in der Röhre gelassen hätte. Weil aber dieser Umstand den gegenwärtigen Beweis nicht entkräfftet, so ist unnöthig sich dabey länger aufzuhalten. Wollte man aber die würkHche Quantität der aus dem Pulver entstandenen elastischen Materie auf diese Art bestimmen, so würde die gemeldte Verzehrung der Luft nicht sonderlich hinderlich fallen, wenn man nur sogleich die Würkung im Wasser bemerkte, indem vermuthlich dieselbe Verzehrung nicht in einem Augenblick vor sich gehet, sondern einige Zeit erfordert.

PROPOSITION II.

To explain more particularly the Circumstances attending the Explosion of Gunpowder, either in a Vacuum or in Air, when fired in the Manner described in the Experiments of the last Proposition.

When any considerable quantity of Gunpowder is fired in an exhausted receiver, by being let fall on a red-hot iron, the mercurial gauge instantly descends upon the explosion, and as suddenly ascends again; and after & few vibrations, none of which, except the first, are of any great extent, it seemingly fixes at a place· lower than where it stood before the explosion; and this stationary point is what we have always attended to in our experiments. But even when the gauge has acquired this point of apparent repose, it still continues rising for a considerable time, although by such imperceptible degrees ; that it can only be discovered by comparing together its place at distant intervals; however; it will not always continue to ascend, but will rise slower and slower, till at last it will be absolutely fixed at a point lower that where the mercury stood before the explosion.

The same circumstances nearly happen when powder is fired in the upper part of an unexhausted tube, whose lower part is immerged in water. Now these appearances all arise from the different modifications which the fluid, produced in the explosion, undergoes. The first sudden descent of the mercury is effected by the action of that fluid, while in the form of flame. When the flame is extinguished, and consequently the heat of the fluid is diminished, its elasticity is likewise diminished ; and this being effected in a very short time, occasions the sudden rise of the mercury after the first descent. When the fluid is reduced to the temperature of the containing receiver, its elasticity is then more fixed and invariable ; and this must usually happen by the time the mercurial gauge first appears to be stationary. The subsequent slow ascent of the mercury is partly owing to the decrease of the heat of the receiver, occasioned by the cooling of the hot iron contained in it, but much more to the action of the sulphureous fumes of the brimstone and charcoal, which absorbs a part of the generated fluid, and thereby diminish its pressure on the gauge.

SCHOLIUM

In the following propositions we shall irrefragably demonstrate, that the force of fired gunpowder is nothing more than the pressure of the fluid, which is generated in the preceding experiments, and that this fluid in its actions observes the same laws with other elastic fluids, particularly the air ; so that whatever power is produced by the firing of a given quantity of gunpowder, the same would be exerted by substituting in its stead a quantity of air equal to the fluid generated in the explosion, provided that air be included in the same space, and be heated to the degree, as the other fluid is at the instant of firing. Mr. *Hales* has concluded, that the weight of the fictitious elastic fluids, produced from the chymical processes, is the same with that of common air ; he having tried that produced from tartar with great exactness. He has found too, that they expand with equal heat and contract with cold, and that with the same pressure they are condensed in the same degree with common air ; and that when they are cleared of their sulphureous fumes, which is done by making them pass through water, they will then continue for many months, nay years, without losing any considerable part of their elasticity. And, from these and other circumstances, he doubts not to assert, that these fluids are true permanent air. Now if this be supposed of all, or any of the elastic fluids produced by distillation, burning, &c. it must be preferably allowed to be true of that fluid, which is generated in the explosion of gunpowder ; since it is from saltpetre alone that this fluid seems to be derived,. (for neither the brimstone nor the charcoal yield it, when fired by themselves) arid saltpetre is known to be a substance imbibed from the air by earth; for the same parcel of earth, by being properly exposed to the air, will furnish saltpetre over and over again for ever. However, though it be highly reasonable to suppose that the elastic fluid, arising from the firing of powder, is genuine and permanent air, yet the truth or falsehood of this supposition no ways affects the certainty of our conclusions. It is sufficient for our purpose, that it is an elastic fluid ; whether it be air or another composition, our reasoning will be still the same; since it is by experiments on this fluid itself, .and not by obscure speculations on its nature and qualities, that our future deductions relating to its force and action are confirmed.

NOTE

We can therefore represent the powder as a matter containing a highly compressed air between the particles, and that the constitution of which is such, that the ignition suddenly breaks the barriers that hold this air, and gives it the freedom to expand into a larger space ; in considering the powder thus, it will be easy to deduce the effects that were observed in both the experiments reported above: as soon as the air contained in the powder finds itself freed from the bounds which hold it , its expansive force being considerably increased by the heat of the flame, it makes the mercury descend in the first experiment, and the water in the second, much lower than it would have been done by its natural elasticity, and as the great heat lasts only for a moment, the degree of elasticity that it has produced in the air will decrease soon, and allows the mercury and the water to return immediately to the height of their first fall. But since these liquids still continue to rise very slowly for some time and this can only come about from the air that has been absorbed by the sulphurous fumes, and the passive cooling of the container, it follows also that the air is incorporated into the sulfur vapour only very slowly; and that this mishap may be known not to impair the success of the experiment, as was already noted in the first proposition. If it is true, therefore, that not only do we get the same effects, assuming the powder to be an extremely condensed air, but that the elastic fluid that is actually produced by the ignition of the powder, possesses all the other properties air, it is reasonable to conclude that the fluid is in effect composed of air : concerning which we know from experience that air is nothing but a composition of elastic particles escaping earthly bodies by evaporation, and that any fluid that has the same weight & same elasticity as the air, may, without error, be taken to the air. We can after that form an idea about the various kinds of changes which the air in the case is subjected to : while fermentation makes it leave some bodies, and thus the fact with regard to the ignited powder that a large amount of air which was locked away there & highly compressed, and then went to join that of the atmosphere ; on the other hand, there are bodies in the pores of which air insinuates itself continuously, accumulating there, and stays there compressed until there come a cause so that it emerges. Thus it is conceivable that saltpetre forms itself gradually & several other substances, which enclose in their pores a great quantity of compressed air.

REMARQUE

On peut donc se representer la poudre comme une matiere qui renferme entre ses particules un air extrêmement condensé, & dont la constituti on est telle ; que l'inflammation rompt subitement les obstacles qui retiennent cet air, & lui donne la liberté de s'étendre dàns un plus grand espace; En considérant ainsi la poudre, il sera facile d'en déduire les effets qui ont été observés dans les deux expériences rapportées ci-dessus : car, dès que l'air renfermé & comprimé dans la poudre se trouve débarrassé des liens qui le retiennent; sa forcé expansive étant considérablement augmentée par la chaleur de la flamme il doit faire descendre le mercure dans la premiere expérience, & l'eau dans la seconde, beàucoùp plus bas qu'il ne l'eût fait par son élasticité naturelle , & comme cette grande chaleur ne dure q'un instant, le degré d'élasticité qu'elle avoit produire dans l'air, diminuèra bientôt; & permettra au mercuré & à l'eau de remonter aussi-tôt après leur premiere chûte. Mais puisque ces liqueurs continuent de monter encore très-lentement pendant quelque temps & que cela ne peut venir que de l'air qui a été absorbé par les vapeurs sulfureuses , & du refroidissement insensible du recipient; il s'enfuit que ce n'est aussi que très lentement que l'air s'incorporèe dans la vapeur du soufre ; & que cet accident ne saurait nuire au succès de l'expérience; comme on l'a déja fait observer dans la premiére Proposition. S'il est donc vrai que non-seulement on obtient les mêmes effets

, en supposant dans la poudre un air extrêmement condensé, mais encore que le fluide élastique qui est réellement produit par l'inflammation de la poudre, possede toutes les autres propriétés de l'air; on est fondé à conclure que ce fluide est en effet de l'air: attendu qu'on sait par expérience que l'air n'est autre chose qu'un composé des particules élastiques qui s'échappent des corps terrestres par l'évaporation, & que tout fluide qui a même pesanteur & même élasticité que l'air, peut, sans erreur, être pris pour de l'air. On peut d'après cela se former une idée des diverses sortes de changemens que l'air est dans le cas de subir : tandis que la fermentation fait sortir de certains corps, ainsi que l'inflammation le fàit à l'égard de la poudre, une grande quantité d'air qui y étoit renfermé & fortement comprimé, & qui va se joindre ensuite à celui de l'atmosphere; d'un autre côté, il y a des corps dans les pores desquels l'air s'insinue continuellement, il s'y accumule, s'y comprime & s'y maintient jusqu'à ce qu'il qu'il survienne une cause qui le dégage. C'est ainsi que l'on peut concevoir que se forme petit à petit le salpêtre & plusieurs autres substances, qui renferment dans leurs pores une grande quantité d'air comprimé.

ANMERKUNG

Man kann sich also das Pulver als eine solche Materie vorstellen, welche eine über die massen stark zusammen gedrückte Luft in ihren Theilgen eingeschlossen hält, und dabey so beschaffen ist, daß diese Behältnisse durch die Entzündung plötzlich geöfnet, und die eingeschlossene Luft Freyheit gesetzt wird, sich auszudehnen. Denn auf solche Art müssen eben diejenigen Würkungen entstehen, welche bey den oben angeführten Experimenten wahrgenommen worden: so bald nehmlich diese eingeschlossene und sehr stark zusammengepreßte Luft durch die plötzliche Entzündung von ihren Banden befreyet wird, so erhält dieselbe durch die grosse Hitze des Feuers einen starken Zuwachs ihrer Ausdebnungskraft, und treibet solglich im ersten Experiment das Quecksilber, im andern aber das Wasser viel weiter zurück, als die blosse Ausdehnungskraft zu verrichten vermögend wäre; da aber diese grosse Erhitzung gleichsam nur einen Augenblick dauret, so lässt auch diese grosse Elasticität so gleich wiederum nach, und verursachet also, daß das Quecksilber und Wasser gleich nach dem ersten Fall wiederum in die Höhe steigt. Weil aber hierauf noch einige Zeit das Aufsteigen sehr langsam fortdauret, und die Ursache davon so,vobl in der Verzehrung der Luft, welche von den schweflichten Dämpfen des Pulvers verursachet wird, als in der allmähligen Abkühlung des Recipienten verborgen liegt, so siebet man, daß diese Verzehrung sehr langsam vor sich gehe, und also die hierüber angestellten Experimenten nicht unrichtig mache, wie schon bey dem ersten Satz augemerket worden. Da also nicht nur eben dieselbe Würkung erfolget, wenn man annimmt, daß in dem Pulver eine sehr heftig zusammen gepreßte Luft befindlich ist, sondern auch die aus dessen Entzündung würklich hervorgebrachte subtile elastische Materie alle übrige Eigenschaften der Luft vollkomineu besitzet, so hat man um so viel weniger Ursache zu zweifeln, daß dieselbe nicht in der That Luft seyn solte: da aus der Erfahrung genugsam bekannt, daß die Luft ein aus allen elastischen Ausdünstungen der irdischen Cörper vernlischtes Wesen sey, dahero man jederzeit eine jegliche flüßige Materie, welche mit der Luft einerlei Schwehre und einerlei Elasticität hat, ohne zu fehlen für eine wahrhafte Luft halten kan. Man kan hieraus auch eine besondere Art von Veränderung abnehmen, welche in der Luft beständig vorgeht. Denn da durch die Gährung, wie bey der Loßbrennung des Pulvers geschieht, die in den Cörpern eingeschlossene zusammen gepreßte Luft hervorbricht, und sich mit der offenen Luft vereiniget, so giebt es wiederum solche Cörper, welche die Luft in sich schlucken, und in ihre Poros zusammen zu drucken vermögend sind, worinne dieselbe so lange bleibt, biß sie Gelegenheit findet, wiederum heraus zu brechen. Und auf eben diese Art kann man begreiffen, wie der Salpeter und andere Cörper, so eine solche zusammen gepreßte Luft in ihren Poris eingeschlossen halten, nach und nach erzeuget werden.

PROPOSITION III.

The Elasticity or Pressure of the Fluid produced by the firing of Gunpowder, is caeteris paribus directly as its density.

This follows from hence, that, if in the same receiver a double quantity of powder be let fall, the mercury will subside twice as much as in the firing of a single quantity. For the vapour produced from the double quantity being contained in the same receiver will be of double the density of that produced from the single quantity ; whence the elasticity or pressure estimated by the descent of the mercury being likewise double, the pressure is directly as its density. Also the descents of the mercury, when equal quantities of powder are fired in different receivers, are reciprocally as the capacities of those receivers, and consequently as the density of the produced fluid in each.

But as in the usual method of trying this experiment, the quantities of powder are so very smal1, that it is difficult to ascertain these proportions to a requisite degree of exactness, I took a large receiver, containing about 520 inches, and letting fall at once on the red-hot iron, 1 dram or the $\frac{1}{16}$ of an ounce avoirdupois of powder (the receiver being first nearly exhausted) the mercury after the explosion was subsided 2 inches exactly, and all the powder had taken fire. Then heating the iron a second time, and exhausting it as before, 2 drams were let down at once, which sunk the mercury $3\frac{3}{4}$, and a small part of the powder had fallen beside the iron, which (the bottom of the receiver being wet) did not fire, and the quantity that thus escaped did appear to be nearly sufficient, had it fallen on the iron, to have sunk the mercury $\frac{1}{4}$ part of an inch more ; in which case the two descents, *viz*. 2 inches and 4 inches, would have been accurately in the proportion of the respective quantities of powder; from which proportion, as it was, they very little varied.

Hence then it appears, that the elasticity of the vapour produced by gunpowder in its explosion, is directly as its density.

NOTE

The experiments we just reported, sufficiently prove rather well that the fluid matter, which itself develops from the ignition of the powder, is two, three or four times more elastic when enclosed in a space two, three or four times smaller. For though these experiments shall be too delicate for one to slip over some error difficult to perceive, which would render this proposal still doubtful, however, as other experiments have been made regarding the truth about the air with which the fluid has a very great analogy, there is no reason to doubt there that this fluid is not subject to the same rule. This rule should not be extended too far, but when the difference in degrees of compression, about which one wants to know the relevant elasticities, is not too great. For even when we could ensure that the air reduced to a volume ten times less would become ten times more elastic and does not follow why, in the case of a higher compression, the elastic force has to increase in the same ratio, & it is very possible that the air becoming, say, a hundred times more dense, elasticity may become more or less than a hundred times greater. This does not invalidate the conjecture of Mr. Bernoulli, who thinks, as we have already said, that a thousand times denser air, thereby becomes perhaps ten thousand times more elastic. But as the air contained in the powder is several hundreds of times more dense than in its natural state, it is very doubtful whether its elasticity is precisely a thousand many times greater than air in its natural state. One cannot say then that the proposition of the author to be true generally and without limitation: it can only be said that the elasticity of the air is proportional to its density when the difference of the densities is not too large.

REMARQUE

Les expérences qu'on vient de rapporter, prouvent assez bien que la matiere fluide, qui se développe par l'inflammation de la poudre, est deux, trois ou quarte fois plus élastique lorsqu'elle est renfermée dans un espace deux, trois ou quatre fois plus petit. Car quoique ces expériences soient trop délicates pour qu'il ne s' y glisse point quelque erreur difficile à appercevoir, ce qui rendroit cette proposition encore douteuse; néanmoins comme d'autres experiences en ont fait voir la vérité à l'égard de l'air avec lequel le fluide de la pondre a une très grande analogie; il n'y a point de raison pour douter que ce fluidc ne soit assujetti à là meme regle. Ceci ne doit toutefois s'entendre; que lorsque la différence des degrés de compression, dont on veut connoitre les élasticités correspodantes, n'est pas trop considérable. Car quand même on pourrait s'assurer que l'air réduit à un volume dix fois moindre en deviendrait dix fois plus élastique; il ne s'ensuivroit pas pour cela que, dans le cas d'une plus forte compression, la force élastique dût augmenter dans le même rapport; & il est très-possible que l'air devenant, par exemple, cent fois plus dense, son élasticité divienne plus ou moins de cent fois plus grande. Ceci n'infirme point la conjecture de M. Bernoulli , qui pense, comme nous l'avons déjà dit, qu'un air mille fois plus dense, devient par là peut-être dix mille fois plus élastique. Or comme l'air renfermé dans la poudre, y est plusieurs centaines de fois plus dense que dans son état naturel ; il est très-douteux que son élasticité y soit précisément le mille nombre de fois plu grande que celle de l'air naturel. L'on ne peut donc pas dire que la proposittion de l'Auteur soit vraie généralement & sans restriction: elle ne peut l'être qu'en disant que l'élasticité de l'air est proportionnelle à sa densité lorsque la différence des densités n'est pas trop grande.

ANMERKUNG

Aus diesen Experimenten erhellet ziemlich klar, daß wenn die aus dem Pulver erzeugte elastische Materie in einem zwey mahl, oder drey mahl, oder vier mahl kleinern Raum eingeschlossen wird, ihre Elasticität auch 2, 3 oder 4 mahl grösser werde. Denn ungeachtet man noch zweifeln könnte, ob sich diese Proposition in der That so verhalte, oder ob dieselbe nur beynahe statt finde, immaßen durch diese Experimente eine geringe Abweichung von dieser Regel nicht beobachtet werden könnte, so hat man doch diese Proposition durch eine andere Art Versuche in der Luft richtig befunden. Da nun diese subtile Materie von der Luft ni-cht unterschieden ist, so hat man auch keine Ursache, an der Wahrheit dieser Proposition zu z'veifeln. Dieses verstehet sich aber nur, wenn der Unterscheid zwischen den versehiedenen Zusammendrückungen, deren Elasticität man untersuchen will, nicht allzugroß ist. Denn ob man gleich versichert seyn kann, daß wenn die gewöhnliche Luft in einen zehen mahl kleinern Raum gebracht wird, ihre Elasticität auch ziemlich genau zehen mahl grösser werde, so folget daraus doch noch nicht, daß eben diese Proposition auch bey den stärksten Zusammendrückungen unverändert bleibe, indem es gar wohl möglich wäre, daß zum Exempel eine hundert mahl dichtere Luft etwas mehr oder weniger, als hundert mahl elastischer wäre. Und dahero wird hierdurch die oben angeführte Muthmassung des Hrn. Bernoulli, welcher glaubt, daß eine 1000 mahl dichtere Luft vielleicht eine 10000 mahl grössere Elasticität haben könne, noch keineswegs bestritten. Weil sich nun in dem Pulver eine so sehr zusammen gepreßte Luft befindet, deren Dichte die Dichte der natürlichen Luft etliche 100 mahl übertrift, so bleibet noch sehr zweifelhaft, ob die Elasticität derselben accurat eben so vielmahl grösser sey, als der natürlichen. Dahero kann man nicht sagen, daß dieser Satz des Autoris ohne Einschränkung mit der Wahrheit übereinstimme: sondern, wenn der angeführte Beweis gelten soll, so müsste man den Satz dergestalt einschränncken, daß die Elasticität der Dichte der Luft nur alsdenn proportional sey, wenn sich in der verschiedenen Dichte kein allzugrosser Unterscheid befindet.

PROPOSITION IV.

To determine the Elasticity and Quantity of this elastic Fluid, produced from the explosion of a given Quantity of Gunpowder.

As different kinds of gunpowder produce different quantities of this fluid in proportion to their different degrees of goodness, before any definite determination at the kind can take place, it is necessary to ascertain the particular species of powder that is promised to be used, and therefore I shall, in every examination and position relating to this subject, suppose the powder in question to be of the same sort with what is made for the use of the government ; that being by contract to consist of a known and invariable proportion of materials, and is therefore much properer for a standard than what is compounded according the arbitrary fancy of the artist.

This being settled, we must further premise these two principles, which we have already mentioned in the scholium to prop. II, the first that the elasticity of the fluid increases by the heat, and diminishes by the cold, in the same manner as that of air; the second, that the density of this fluid, and consequently its weight, is the same with the weight of an equal bulk of air, having the same elasticity and the same temperature.

Now, from the experiment recited in the last proposition, it appears that $\frac{1}{16}$ of an ounce avoirdupois, or about 27 grains troy, of powder, sunk the gage on its explosion 2 inches; and the mercury in the barometer standing at near 30 inches, $\frac{15}{16}$ of an ounce avoirdupois, or 410 grains troy, would had & filled the receiver with a fluid, whose elasticity would have been equal to the whole pressure of the atmosphere, or the same with the elasticity of the air we breathe ; and the content of the receiver being about 520 cubic inches, it follows, that $\frac{15}{16}$ of an ounce of powder will produce 520 cubic inches of a fluid, possessing the same degree of elasticity with common air; whence an ounce of powder will produce near 575 [later corrected to 555] cubic inches of such a fluid.

But, in order to ascertain the density of this fluid, we must consider what part of its elasticity, at the time of this determination, was owing to the heat it received from the included hot iron and the warm receiver. Now the general heat of the receiver being manifestly less than that of boiling water, which is known to increase the elasticity of the air somewhat more than $\frac{1}{4}$ of its augmented quantity, I collect from hence, and other circumstances, that the augmentation of elasticity arising from this cause was about the $\frac{1}{5}$ of the whole; that is, if the fluid arising from the explosion had been reduced to the temperature of the external air, the descent of the mercurial gauge, instead of 2 inches, would have been only $1\frac{3}{5}$ inch; whence 575 [*i.e.* 555 on correction], reduced in the proportion of 5 to 4, becomes 460 [*i.e.* 444 on correction]; and this last number represents the cubic inches of an elastic fluid, equal in density and elasticity with common air, which are produced from the explosion of 1 ounce avoirdupois of gunpowder, the. weight of which quantity of fluid, according to the usual estimation of the weight of air, is 131 grains; whence the weight of this fluid is $\frac{131}{437}$ or $\frac{3}{10}$ nearly of the weight of the generating powder.

If the ratio of the bulk of the gunpowder to the bulk of this fluid be wanted, this will be determined by, knowing that 1 ounce, 1 dram, or 17 drams avoirdupois of powder, fill 2 cubic inches, if the powder be well shook together ; wherefore augmenting the number last found in the proportion of 16 to 17, the resulting term $488\frac{3}{4}$ [more accurately 472] is the number of cubic inches of an elastic fluid, equal in density with the air produced from

2 cubic inches of powder ; whence the ratio of the respective bulks of the powder, and the fluid produced from it, is in round numbers, 1 to 244 [236].

And farther, to confirm this determination, I fired the quantity of a dram of powder four times successively, in an exhausted receiver, by a burning-glass ; the capacity of this receiver was 470 cubic inches. These experiments were more troublesome than those in which it was filed by a hot iron, because it was sometimes long before it would fire ; in which interval the air would often insinuate itself and thereby disturb the measures of the descent ; and, besides, near $\frac{1}{4}$ part of the powder was usually dissipated, unfired, by the blast : however by collecting the grains that were thus scattered, and weighing them, and increasing the descent by a proportional quantity, the subsiding of the mercury, corresponding to one dram of powder, was the first time 2, 1 + inches, the second time 1, 8 − inches, the third time 2, 1 −, and the fourth time 1,85 inches, or at a medium 1,96 inches ; and this, diminished in the ratio of 520 to 470, becomes. l, 77 for the descent to a like quantity in the first receiver. Now the deduction to be made on account of the heat of the receiver was but little in these experiments ; for, by including a small thermometer, I found that the fluid within the receiver. was not hotter after the blast than that of the summer air; whence, if the descent 1, 77 be reduced in the ratio of 13 to 12, which is nearly that of the elasticity of hot summer air to temperate air, it becomes 1,63 nearly, which differs little from $1\frac{3}{5}$, or 1,6; which is what we found it to be in the preceding experiment: whence the proportion between the respective hulks of the powder, and the fluid produced from it, may be still assumed to be that of 1 to 244 [or 236].

And this ratio agrees very well with the experiment recited by Mr. *Hauksbee*, in his *Physico-Mechanic Experiments*, p. 81 ; for he there found that one grain of powder produced, when fired in the air, a cubic inch of elastic fluid, which, supposing the density of powder to be what we have here assigned, gives the ratio of their respective bulks to be that of 1 to 232; a difference, from what we have assigned above, that may easily arise from the difference of the powder only. Whence we may conclude, that the presence of a greater or less quantity of air does not affect the production of this fluid; since, by comparing Mr. *Hauksbee's* experiment with our own, it appears that the same quantity of this fluid is generated in a vacuum as in the air.

If this fluid, instead of expanding when the powder was fired, had been confined in the same space which the powder filled before the explosion, then (its elasticity having been shown to be as its density) it would have had, in that confined state, a degree of elasticity 244 [or 236] times greater than that of common air ; and this independent the great augmentation this elasticity would receive from the action of the fire in that instant*; Hence, then, we are certain, that any quantity of powder fired in any confined space which it adequately fills, exerts, at the instant of its explosion, against the sides of the vessel containing it, and the bodies it impels before it, a force at least 244 [or 236] times greater than the elasticity of common air, or, which is the same thing, than the pressure of the atmosphere; and this without considering the great addition which this force will receive from the violent degree of heat with which it is endued at that time; the quantity of which augmentation is the next head of our enquiry.

* [A later note added by Hutton] But it has been found, by other experiments, that 2 cubic inches of powder in grains, occupied only about half that space, or one inch, while in a solid slate, or cake, before broken into grains ; therefore the space occupied by the fluid, when expanded to the rarity of the atmosphere, would be 236×2, or 472 times the bulk of the *solid* powder from which it is produced. But a solid mass, supposed to be composed of nitre, sulphur, and charcoal only, in the same proportions as employed in making gunpowder, would be very nearly of the same specific gravity as solid gunpowder itself ; which contains also air in the proportion of 3 tenths of the whole weight of the powder : it follows therefore, that the condensation of the air in the powder is $472 \times \frac{10}{3}$, or 1573 times, that is, 1573 times denser than common air, and therefore denser than water, in the ratio of about 18 or 19 to 10.

NOTE

One may initially raise a doubt here about the weight which the author has used in his experiments : he mentions two kinds of weight commonly used in England , the pound *troy* & the pound *avoirdupois*. The first is used to weigh gold, silver & other precious materials , it is usually divided into 12 ounces, then each of which is to a Paris ounce as 480 is $472\frac{1}{2}$, in the same way that an ounce of *troy* pound corresponds to a 585 Paris grains . The pound *avoirdupois* is used for common goods, it is divided into 16 ounces, each ounce, according to Eisenschmidt in his Treatise *de Ponderibus & Mensuris veterum* into 8 & 24 drachma & scruples ; this ounce corresponds to 534 Paris grains. Nevertheless Mr. Robins in the previous experiments, calls a dram the sixteenth part of an ounce, that is to say, half of the drachma Eisenschmidt . But the author shows too much exactitude in all other circumstances for us to accuse him of error in that. The names & sub-divisions of weights & measures are arbitrary , and those current in England may be unknown to us , so there is no inconvenience to hear of half drachmas , that our Author calls drachmas . Moreover, if the result of the experiments is such as that reported there, that we can hardly revoke in doubt , it does not matter what weight or measure has been used there. For if one considers a cubic foot capacity filled entirely with this kind of powder, which our Author calls government regulation powder, he will find this for this subtle matter, we talked about, a large enough quantity to occupy a space of 244 cubic feet , when its density will be the same as that of the natural air. And as the weight of this matter becomes $\frac{3}{10}$ the weight of the powder in which it is contained, it follows that in 10 pounds of powder there are 3 pounds of this compressed matter (*).

It should also be noted that the fluid contained in the powder is 244 times more dense than natural air, but it is not on that account 244 times more elastic : we have already observed that the elasticity does not have a relation to the density except in the case where it is not too large. So that the density of the air increasing according to the ratio of 1 to 244, it could very well come about that the expansive force be increased in a ratio greater than 1 to 300, that doubt could only be removed by new experiences. In addition, the density of the air is subject to frequent changes we would have been able to observe the state of the atmosphere & account for that in each experiment. But this neglect seems very excusable, given the failure to reach a fairly perfect knowledge of the force of the powder, so that it would be necessary to consider such circumstances.

(* Note from French ed.) According to Mr. Tillet , (Mem. de l'Acad.) the pound *Troy* is divided into 12 ounces, an ounce in 20 denier, denier into 24 grains. This pound is worth 12 ounces, 1 gros 37 grains , or 7021 Paris grains. [An ounce = 8 gros for each kind of pound.]
The *Avoirdupois* pound is divided into 16 ounces , an ounce in 20 denier, one denier into 24 grains. This pound is worth 14 ounces 6 gros 42 grains, or 8538 Paris grains.
Thus, there the ounce of the *troy* pound corresponds to 585 Paris grains & the ounce of the *Avoirdupois* pound to $533\frac{5}{8}$ Paris grains , which approaches close to the evaluation of Eisenschmidt .

REMARQUE.

Il peut d'abord naître un doute ici au sujet du poids dont l'Auteur s'est servi dans ses expériences : il fait mention des deux sortes de pouds usités en Angleterre, de la livre *troy* & de la livre *avoir du poids*. On se sert de la premiere pour peser l'or , l'argent & d'autres matieres précieuses ; elle se divise ordinairement en 12 onces, dont chacune est à l'once de Paris comme 480 est à $472\frac{1}{2}$; de maniere que l'once de la livre *troy* répond à $585\frac{1}{7}$ grains de Paris. La livre *avoir du poids* sert pour les marchandises communes ; elle se partage en 16 onces; chaque once , selon Eisenschmidt , dans son Traité *de Ponderibus & Mensuris veterum*, en 8 dragmes & 24 scrupules; cette once répond à 534 grains de Paris. Néanmoins M. Robins nommé dragme dans les expériences précédentes, la seizieme partie d'une once; c'est-à-dire, la moitié de la dragme d'Eisenschmidt. Mais l'Auteur montre trop d'exactitude dans toutes les autres circonstances , pour que nous puissions le taxer d'erreur dans celle-ci. Les dénominations & les sous-divisions des poids & des mesures sont arbitraires , & celles qui sont usitées en Angleterre, pouvant nous être inconnues ; il n'y a point d'inconvénient à entendre des demi-dragmes, ce que notre Auteur dit des drasmes. D'ailleurs, si le résultat des expériences est tel qu'on l'a rapporté, ce que nous ne révoquons point en doute, il n'importe de quel poids ou de qelle mesure on se soit servi. Car si l'on se représente une capacité d'un pied cubique entiérement remplie de cette espece de poudre, que notre Auteur nomme poudre de gouvernement, il s'y trouvera de cette matiere subtile , dont on a parlé, une quantité suffisante, pour occuper un éspece de 244 pieds cubiques, lorsque sa densité sera la meme que celle de l'air naturel & comme le poids de cette matiere sait les $\frac{3}{10}$ du poids de la poudre dans laquelle elle est renfermée ; il s'ensuit que dans 10 livres de poudre il y a 3 livres de cette matiere comprimée (*).

Il est aussi à remarquer que le fluide renfermé dans la poudre , y étant 244 fois plus dense que l'air naturel , n'en est pas pour cela 244 fois plus élastique : nous avons déjà fait observer que l'élasticité ne fuit le rapport de la densité que dans le cas où celle-ci n'est pas trop grande. De sorte que la densité de l'air augmentant selon de rapport de 1 à 244 , il pourroit très-bien se faire que sa force expansive augmentât dans un rapport plus grand que celui de 1 à 300; ce doute ne peut être levé que par de nouvelles expériences, Au surplus, la densité de l'air étant sujette à de fréquentes variations, on auroit pu observer l'état de l'athmosphere & en tirer compte pour chaque expérience. Mais cette négligence nous paroit très-excusable , vu l'impossibilité de parvenir à une connoissance assez parfaite de la force, de la poudre, pour qu'il soit nécessaire d'avoir égard à de pareilles circonstances.

(*) Selon M. Tillet, (Mém. de l'Acad.) la livre *troy* se divise en 12 onces, l'once en 20 deniers, le denier en 24 grains. Cette livre vaut 12 onces 1 gros 37 grains, ou 7021 grains de Paris.

La livre *avoir du poids* se divise en 16 onces, l'once en 20 deniers, le denier en 24 grains. Cette livre vaut 14 onces 6 gros 42 grains, ou 8538 grains de Paris.

Ainsi, l'once de là livre *troy* rèpond à $585\frac{1}{10}$ grains de Paris; & l'once de la livre avoir da poids à $533\frac{5}{8}$, ce qui approche beaucoup de l'èvaluation d' Eisenschmidt.

ANMERIKUNG

Es kau hier erstlich wegen des Gewichts, welches der Autor bey seinen Versuchen gebrauchet, ein Zweifel entstehen. Denn er thut von zweyerley Arten, welche in Engelland gebräuchlich sind, Meldung, nehmlich des Troy Gewichts, und des Avoir du poise Gewichts. Das erstere wird zu Abwägung des Goldes, Silbers, und anderer kostbaren Waaren, gebraucht: davon pflegt ein Pfund in 12 Untzen eingetheilt zu werden, deren eine sich zur Pariser Untze verhält wie 480 zu $472\frac{1}{2}$; und hält folglich eine solche Untze $585\frac{1}{7}$ Pariser Gran. Das Avoir du poise Gewicht wird bey groben Waaren gebraucht, und ein Pfund davon in 16 Untzen eingetheilet, eine Untze aber weiter nach des Eisenschmids Tractat *De Ponderibus et mensuris veterum* in 8 Drachmas, und 24 Scrupel: und hält eine solche Untze 534 Pariser Gran. In den hißr angeführten Experimenten nennet aber Hr. Robins den sechszehnten Theil einer Untze eine Drachmam, daß also nach ihm eine Drachma nur halb so groß, als nach dem Eisenschmids wäre. Wir können aber hierinne, wegen der in andern Stücken hervorleuchtenden Accuratesse keinen Irrthum vermuthen; und da die Eintheilung und Benennung der Gewichte willkührlich ist, auch alle in Engelland übliche Arten uns vielleicht nicht bekannt sind, so können wir dasjenige, was unser Autor von Drachmis sagt, gar wohl von halben Drachmis verstehen. Wenn aber die Experimenten ihre Richtigkeit haben, wie vir daran nicht zweifeln wollen, so braucht die Sache weiter auch keiner besondern Art von Maß oder Gewicht. Denn wann wir uns einen Raum von einem cubischen Schuh vorstellen, welcher völlig mit demjenigen Pulver, so unser Autor Gouvernements-Pulver nennet, augefüllet ist, so ist darinne so viel von der hier beschriebenen elastischen subtilen Materie enthalten, welche, biß sie mit der natürlichen Luft einerlei Dichte erhält, einen Raum von 244 cubischen Schuhen einzunehmen vermögend ist. Und da diese Materie, so lange sie sich in dem Pulver so sehr zusammen gepreßt befindet, einen Theil des Gewichts derselben ausmacht, so beträgt, wie wir gesehen, dieser Theil $\frac{1}{30}$ des Gewichts. Dahero sind je in 10 Pfund Pulver 3 Pfund zusammen gepreßte Luft enthalten.

Ferner ist hier zu merken, daß ob gleich die aus dem Pulver in einem verschlossenen Raum erzeugte Luft 244 mahl dichter ist, als die natürliche Luft, dennoch aus dem vorigen noch nicht folgt, daß die Elasticität derselben auch 244 mahl grösser sey, als der natürlichen: indem wie schon gemeldet, aus den darüber angestellten Experimenten nicht mehr folgt, als daß diese Proportion statt finde, wann die Luft nicht allzu stark zusammen gepreßt wird. Es könnte also diesem ungeachtet gar wohl seyn, daß eine 244 mahl dichtere Luft eine mehr als 300 mahl stärkere Ausdehnungs-Kraft besässe; welcher Zweifel durch andere Experimente ausgemacht werden muß. Im übrigen, da auch die Dichte der natürlichen Luft in den verschiedenen Jahres Zeiten-ziemlich veränderlich ist, so hätte auch bey einem jeglichen Experiment der Grad der Wärme bemerket werden können. Weil man aber zu einer so vollkommenen Erkenntniß der Gewalt des Pulvers nicht gelangen kan, daß man nöthig hätte auf solche Kleinigkeiten Acht zu haben, so ist diese Unterlassung wohl zu entschuldigen.

PROPOSITION V.

To determine how much the Elasticity of the Air is augmented, when heated to the extremest Heat of red-hot Iron.

To fix this point, I took a piece of a musket-barrel, about six inches in length, and ordered one end to be closed up entirely ; but the other end was drawn out conically, and finished in an aperture of about $\frac{1}{8}$ of an inch in diameter. This tube, thus fitted, was heated to the extremity of a red heat in a smith's forge, and was then immerged with its aperture downwards in a bucket of water, and kept there till it was cool; after which it was taken out carefully, and the water which had entered it in cooling was exactly weighed. The weight of the water thus taken in at three different trials was 610 grains, 595 grains, and 600 grains respectively. The content of the whole cavity of the tube was 796 grains of water ; whence the spaces remaining unfilled in these three experiments, were equal in bulk to 186, 201, 196 grains of water respectively ; and these spaces did doubtless contain all the air, which, when the tube was red-hot, did extend through its whole concavity ; consequently the elasticity of the air, when heated to the extreme heat of red-hot iron, was to the elasticity of the same air, when reduced to the temperature of the ambient atmosphere, as the whole capacity of the tube to the respective spaces taken up by the cooled air; that is, as 796 to 186, 201, 196 ; or, taking the medium of these three trials, as 796 to $194\frac{1}{3}$ [Or in the ratio nearly of $4\frac{1}{11}$ to 1].

The heat given to the tube each time was the beginning of what workmen call a white heat; and to prevent the rushing in of the aqueous vapour at the immersion, which will otherwise drive out great part of the air, and render the experiment fallacious;· I had an iron wire filed tapering, so as to fit the aperture of the tube, and with this

I always stopt it up, before it was taken from the fire, letting it remain in till the whole was cool, when removing it, the due quantity of water would enter.

NOTE

Since the air that filled the barrel while it was red-hot, would only occupy a quarter after cooling, it is obvious that when one gives to the air in a tightly closed space a degree of heat equal to that of red-hot iron the elasticity is four times what it was before, and so that this heated air may be in equilibrium with the outside air, it expands until it reaches a quadruple space. But though this happens with regard to ordinary air, there is always reason to doubt that the elasticity of a much denser air, such as is the air contained in the powder, increases in the same proportion when it becomes heated by the same degree of heat. If it is still uncertain for a kind of air much denser than natural air, but at the same degree of heat as that, which has an elasticity proportional to its density, as it would appear much more uncertain again, that such a dense air would become similarly four times more elastic when heated to the heat of red-hot iron, because such an increase occurs for natural air. It will therefore be necessary to consider the circumstances in a future investigation, in order not to acknowledge as obvious & demonstrated, principles that appear still to be very uncertain.

REMARQUE

Puisque l'air qui remplissait le canon pendant qu'il étoit rouge , n'en occupait que le quart après le refroidissement , il est evident que, quand on donne à l'air contenu dans un espace bien fermé un degré de chaleur égale à celle du fer rouge, son élasticité devient quadruple de ce qu'elle étoit auparavant, & qu ainsi cet air échauffé ne pourra être en équilibre avec l'air extérieur , que lorsqu'il sera étendu dans un espace quadruple. Mais quoique cela arrive à l'égard de l'air naturel , il y a toujours lieu de douter que l'élasticité d' un air beaucoup plus dense, tel qu'est l'air renfermé dans les grains de poudre augmente dans la même proportion, lorsque il sera animé du même degree de chaleur. S'il est donc encore incertain qu'un air beaucoup plus dense que l'air natural, mais au même degré de chaleur que celui-ci , ait une élasticitê proportionnelle à sa densité ; il paraîtra bien plus incertain encore, qu'un air aussi dense devienne précisément quatre fois plus elastique lorsqu'il aura la chaleur du fer rouge, parce qu'une pareille augmentation a lieu pour l'air naturel. Il fera donc nécessaire d' avoir égard à ces circonstances dans des recherches ultérieures, afin de ne point admettre pour évident & dêmontrés, des principes qui paroissent encore très incertains

ANMERKUNG

Da die Luft, welche die Röhre, so lange sie glüend war, gänzlich erfüllte, nach der Abkühlung nur noch den vierdten Theil einnahm, so folget hieraus unstreitig, daß wenn die Luft in einem verschlossenen Raum biß auf den Grad des glüenden Eisens erhitzet wird, ihre Elasticität vier mahl so groß seyn werde, als vorher, und daß dieselbe also mit der natürlichen Luft nicht eher im Gleichgewichte seyn könne, als biß sie sich in einen 4 mahl grösseren Raum ausgebreitet. Ob nun gleich dieses bey der natürlichen Luft seine völlige Richtigkeit haben mag, so hat man doch noch grosse Ursache zu zweifeln, ob eine etliche hundert mahl dichtere Luft, dergleichen im Pulver eingeschlossen ist, gleichfalls eine 4 mahl grössere Elasticität bekomme, wenn dieselbe auf eben den Grad erhitzet wird. Da es also noch ungewiß scheinet, ob eine Luft, welche etliche hundert mahl dichter ist, als die natürliche, mit derselben aber einerlei Grad der Wärme hat, auch accurat eben so vielmahl mehr elastisch sey, so scheinet noch viel mehr ungewiß zu seyn, ob die Elasticität einer so dichten Luft, wenn dieselbe auf den Grad des glüenden Eisens erhitzet wird, just 4 mahl grösser werde, weil man diese Vermehrung bey der gewöhnlichen Luft wahrgenommen: weswegen bey den folgenden Untersuchungen nöthig seyn wird, wohl auf diese Umstände Achtung zu geben, damit nicht alles als gewiß und bewiesen angenommen werde, woran man noch wichtige Ursachen zu zweifeln haben kan.

PROPOSITION VI.

To determine how much that Elasticity of the Fluid produced by the firing of Gunpowder, which we have above assigned, is augmented by the Heat it has at the Time of its Explosion.

As air and this fluid appear to be equally affected by heat and cold, and consequently have their elasticities equally augmented by the addition of equal degrees of heat to each ; if' we suppose the heat, with which the flame of fired powder is endued, to be the same as that of the extreme heat of red-hot iron, then the elasticity of the generated fluid will be greater at the time of explosion, when it is in the form of flame, than afterwards, when it is reduced to the temperature of the ambient air, in the ratio of 796 to $194\frac{1}{3}$ nearly; that is, in the ratio of the elasticities of common air, under similar circumstances, ascertained in the last proposition.

Now that the heat of powder, when fired in any considerable quantity, is not less than that of red-hot, seems sufficiently evident from the appearance of the flame, and the known properties of some of its materials; for the fire produced by the explosion is certainly as active as any common fire; and it is well known that all fires will communicate a red-hot heat to iron, provided the bulk of the iron be sufficiently small, when compared with the quantity of the fire.

This being supposed, then, that the flame of fired gunpowder is not less hot than red-hot iron, and the elasticity of the air, and consequently of the fluid generated by the explosion, being augmented by the extremity of this heat in the ratio of $194\frac{1}{3}$ to 796, as has been shewn in the last proposition; it follows, that if 244 [or 236] be augmented in this ratio, the resulting number, which is $999\frac{1}{3}$ [or $966\frac{1}{3}$,] will determine how many times the elasticity of the flame of fired powder exceeds the elasticity of common air, supposing it to be confined in the same space which the powder filled before it was fired. For since we have shewn, in the third proposition, that the elastic fluid produced from the firing a quantity of powder, would, if confined in the same space which the powder took up before its explosion, exert an elasticity 244 [236] times greater - than the elasticity of common air, supposing the temperature of that fluid and of the air to be the same ; it is plain from hence, that, when 244 [236] is increased in the ratio, in which the elasticity of this fluid is greater at the time of the explosion than afterwards, the resulting number will ascertain how many times the elasticity of this inflamed fluid, at the instant of its explosion, and before it has dilated itself, exceeds the elasticity of common air.

Hence, then, the absolute quantity of the pressure exerted by gunpowder, at the moment of its explosion, may be assigned; for, since the fluid, then generated, has an elasticity of $999\frac{1}{3}$ [or 966,] or in round numbers, 1000 times greater than common air [C. Hutton, a later editor (1805), puts this number at around 1600]; and since common air, by its elasticity, exerts a pressure on any given surface equal to the weight of the incumbent atmosphere, with which it is *in equilibrio*, the pressure exerted by fired powder, before it has dilated itself, is nearly one thousand times greater than the pressure of the atmosphere ; and consequently the quantity of this force on a surface of an inch square, amounts to above 6 ton weight ; which force, however, diminishes, as the fluid dilates itself, according to what has been shewn in the third proposition.

SCHOLIUM.

Though we have here supposed that the heat of gunpowder, when fired in any considerable quantity, is the same with iron heated to the extremity of a red heat, or to the beginning of a white heat, (which determination we shall hereafter confirm by many experiments) yet it cannot , be doubted, but that the fire produced in the explosion is somewhat varied (like all other fires) by a greater or less quantity of fuel ; and it may be presumed, that, according to the quantity of powder fired together, the flame may have all the different degrees from that of a languid red heat to the heat sufficient for the vitrification of metals ; but as the quantity of powder requisite for the production of this last mentioned heat, is certainly greater than what is ever fired together for any military purpose, we shall find, by our future experiments, that we shall not be far from our scope, if we suppose the heat of such quantities as come more frequently ,in use, to be, when fired, nearly the same with the strongest heat of red-hot iron ; allowing a gradual augmentation to this heat in larger quantities, and diminishing it when the quantities are very small.

NOTE

Not everyone may agree perhaps that there will be found a degree of heat in a flame as great as in a red-hot iron, inasmuch as experience teaches us that we can safely pass a hand through the flame, & it is hardly possible to touch a heated iron without getting burned. One may note concerning this, that two bodies of different density and which are equally heated , it is always to the denser body that our senses attribute the more heat ; and it is the same for cold. Because everyone knows that water & iron exposed long cold during the winter, appear much colder than the air, although the thermometer indicates the same degree of temperature in the body. The reason for this phenomenon is simple: when we touch a body significantly warmer or colder than the hand, the feeling that we experience is much stronger than if we touch at the same time many parts of this body, each part acting upon us: now a denser body has more parts in the same space, so that the feeling excited must be stronger, iron must appear colder than the air & water , although the bodies all have the same temperature. From that it also comes about that a red-hot iron seems to us hotter than the flame. If we consider then that it is from the flame that iron gets all its heat, then we agree that there is the same degree of heat in the flame, and it is only due to a lower density that it has less effect. The heat of the flame is communicated to other bodies successively & in more or less time, depending on their density : it only takes a moment to be transmitted to the elastic fluid by the powder , so the flame has the greatest amount of heat, then despite its short duration, which is only a moment, it heats the whole mass of an artillery piece to the point, that after a few shots have been fired after each other , it is necessary to be cooled down .

Considering the remaining evaluation which has been done about the force of the powder, it is based on two principles which are not yet well established, as we have already noted. The first is that the air becoming 244 times denser, also becomes exactly 244 times more elastic. The second principle is that air as dense as has just been said, acquiring a degree of heat equal to that of red-hot iron, acquires an elasticity four times greater than happens for air in its natural state. But it is reasonable to doubt the truth of these principles ; it is then not because of admitting that these principles are true, but rather that experiment agrees with theory, that has dispelled all doubts ; it will suffice to examine if using them to explain the effects of the powder, lead us to results that are too large or too small. It is true that , according to Mr. Daniel Bernoulli, the force of the powder, as our Author determines, shall be much too small to produce the effects which we know , but the resistance according to the findings of M. Robins, is considerably more than has been assumed by Mr. Bernoulli , it is not impossible that through this compensation, the two principles outlined above are consistent with the truth. This we will consider more particularly in the remarks following.

REMARQUE.

Tout le monde ne conviendra peut-être pas qu'il se trouve dans la flamme un degré de chaleur aussi considérable que dans un fer rouge, attendu que l'expérience nous apprend qu'on peut sans risque paser la main à travers la flamme, & qu'il n'est guere possible de toucher un fer embrasé sans se brûler. On remarquera à ce sujet que de deux corps de différente densité & qui sont également échauffés, c'est toujours au plus dense que nos sens attribuent lè plus de chaleur ; il en est de même pour le froid. Car personne n'ignore que l'eau & le fer exposés long-temps au froid pendant l'hiver, paroissent beaucoup plus froids que l'air, quoique le thermomtre indique le même degré de température dans ces corps. La raison de cè phénomene est fort simple : lorsque nous touchons un corps sensiblement plus chaud ou plus froid que la màin, la sensation que nous éprouvons est d'autant plus forte, que nous touchons à la fois un plus grand nombre des parties de ce corps, chacune de ces parties agissant sur nous: or un corps plus dense présente plus de parties dans la même espace ; la sensation qu'il excite doit donc être plus forte ; le fer doit donc paroitre plus froid que l'air & l'eau, quoique tous ces corps aient la même température. De là vient aussi qu'un fer rouge nous paroit plus chaud que la flamme. Si l'on considere ensuitè que c'est de la flamme que le fer tient toute sa chaleur, on conviendra que le même degré de chaleur se trouve dans la flame, & que ce n'est qu'à raison d'une moindre densité qu' elle y paroit moins active. La chaleur de la flamme se communique aux autres corps successivement & en plus ou moins de temps; selon leur leur densité : il ne faut donc qu'un instant pour la transmettre au fluide élastique dé la poudre, donc la flamme a la plus grande intensité de chaleur, puisque, malgre son peu de durée; qui n'est q'un instant, elle échausse toute la masse d'une piece d'artillerie au point, qu'après quelques coups tirés de suite, on est obligé de rafraîchir.

Au reste l'évaluation que l'on fait ici de la force de la poudre, est fondée sur deux principes dont la certitude n'est pas encore bien prouvée, comme nous l'avons déjà remarqué. Le premier est que l'air devenu 244 fois plus dense, devient aussi précisément 244 fois plus élastique. Le second de ces principes est qu'un air aussi dense qu'on vient de le dire, acquiert, par un degré de chaleur égal à celui d'un fer rouge, une élasticité quatre fois plus grande , ainsi qu'il arrive à l'air dans son état naturel. Or on peut raisonnablement douter de la vérité de ces principes; il est donc à propos de ne les admettre comme vrais, qu'autant que l'expérience, d'accord avec la théorie, aura dissipé tous nos doutes; il suffira d'examiner si, en les employant à l'explication des essets de la poudre, ils nous conduisent à des résultats trop grands ou. trop petits. Il est vrai que , selon M. Daniël Bernoulli , la force de la poudre, telle que notre Auteur la détermine, seroit beaucoup trop petite pour produire les effets que nous connoissons ; mais la résistance étant, d'après les recherches de M. Robins , beaucoup plus considérable que ne l'a supposée M. Bernoulli, il n'est pas impossible qu'au moyen de cette compensation, les deux principes énoncés ci-dessus se trouvent conformes ã la vérité. C'est ce que nous examinerons plus particuliérement dans les remarques suivantes.

ANMERKUNG

Vielleicht werden sich einige wundern, daß eine jede Flamme einen eben so grossen Grad der Hitze in sich haben soll, als glüendes Eisen, angesehen man die Hand ohne Schaden geschwind durch das Feuer ziehen, kein glüendes Eisen aber ohne Gefahr anrühren kann. Es ist aber hierbey zu merken, daß ungeachtet zwey Cörper einerlei Grad der Wärme haben, uns dennoch derjenige, welcher dichter ist, dem Gefühl nach viel wärmer vorkomme, als der dünnere. Eine gleiche Bewandniß hat es auch mit der Kälte. Denn es ist jedermann bekannt, daß uns im Winter das Wasser, oder ein Eisen, welches lange in der Kälte gelegen, viel kälter vorkomme, als die Luft, obgleich nach Anzeige des Thermometers bey allen einerlei Grad der Kälte befindlich ist. Die Ursache hiervon ist auch leicht zu begreiffen. Denn, wenn wir einen Cörper anrühren, dessen Grad der

Wärme oder Kälte merklich vondem Grad unsers Gliedes unterschieden ist: so ist unsere Empfindung um so viel stärker, je mehr Theilchen des Cörpers uns berühren, indem ein jegliches Thailehen eine Aenderung in unserm Gliede verursachet. Weil nun ein dichterer Cörper in eben demselben Raum mehr Theilchen enthält, so wird auch die Empfindung, so aus dessen Berührung in uns entsteht, viel stärker, und dahero kommt uns ein kaltes Eisen viel kälter vor, als Wasser oder Luft, ob sich gleich in beyden einerlei Grad der Kälte befindet. Hieraus wird man nun leicht verstehen, warum uns ein glüendes Eisen heisser scheine, als das Feuer. Wenn man aber ferner bedenket, daß das Eisen seine ganze Hitze von dem Feuer erhalten, so muß man auch zugeben, daß eben derselbe Grad der Hitze im Feuer stecke, uns aber nur deßwegen nicht so heftig scheine, weil die Flamme ein sehr rarer oder dünner Cörper ist. Ob aber gleich die Flamme einen so hohen Grad der Hitze in sich hat, so wird doch einige Zeit erfordert, ehe sie solche einem Cörper mitteilen kann, und zwar um so viel mehr, je grösser und je dichter der Cörper ist, den man ins Feuer legt. Da nun die oben gemeldte elastische Materie sehr dünne ist, so ist leicht zu erachten, daß dieselbe gleichsam in einem Augenblick eben den Grad der Hitze annehmen müsse, welchen die Flamme hat daß dieser Grad aber sehr heftig seyn müsse, läßt sich daraus abnehmen, daß eine Canone, wenn aus derselben etliche mahl hintereinander geschossen worden, einen solchen Grad der Hitze bekommt, daß man genöthiget ist, dieselbe mit Wasser abzukühlen. Da nun bey einem jeden Schuß die Flamme, von welcher diese Wärme entsteht, nur einen Augenblick dauret, so sieht man wohl, daß diese Hitze sehr groß seyn müsse, um einem Stück in so kurzer Zeit einen so merklichen Grad der Wärme mittheilen zu können. Im übrigen sind in der hier befindlichen Bestimmung zwey Sätze, unter dem Schein, als wenn dieselben schon bewiesen wären, angenommen worden, an welchen man gleichwohl noch grosse Ursache zu zweifeln haben kann, wie schon vorher augemerket worden. Erstlieh ist nehmlich noch ungewiß, ob eine so sehr zusaminen gepreßte Luft, welche 244 mahl dichter ist als die natürliche, auch accurat 244 mahl mehr elastisch sey. Hernach ist auch noch nicht ausgemacht, ob eine so dichte Luft von der Hitze eines glüenden Eisens gleichfalls eine 4 mahl grössere Elasticität erhalte, weil solches bey der natürlichen, und auch nicht allzusehr zusammen gepreßten Luft, wahrgenotnmen worden. Es wird allso ra thsam seyn, diese Sätze nur so lange als richtig anzunehmen,
biß aus der Vergleichung der folgenden Experimenten mit der hierauf gegründeten Theorie erhellen wird, ob dieselben mit der Wahrheit bestehen können oder nicht. Es wird also darauf ankommen, ob man vermittelst dieser Sätze im Stande seyn wird, alle aus der Erfahrung erkannte Würkungen des Pulvers zu erklären, wenn man diese beyden Sätze als gewiß annimmt, oder ob dieselben entweder eine allzugrosse oder allzukleine W ürkung anzeigen werden. Nach des Hrn. Prof. Daniel Bernoulli Meynung müßte diese vom Autore bestimmte Kraft des Pulvers viel zu klein seyn, diejenigen Würkungen, welche uns die Erfahrung vorlegt, hervorzubringen; wir haben aber schon bemerket, daß derselbe die Resistenz der Luft in seinen Berechnungen nicht so groß gesetzt, als der Autor dieselbe zu seyn behauptet, dahero man noch einige Hoffnung haben kann, daß die abgedachten beyden Sätze dem ungeachtet der Wahrheit noch gemäß seyn könnten. Dieses soll also in den folgenden. Anmerkungen mit mehrerem Fleiß untersuchet werden.

PROPOSITION VII.

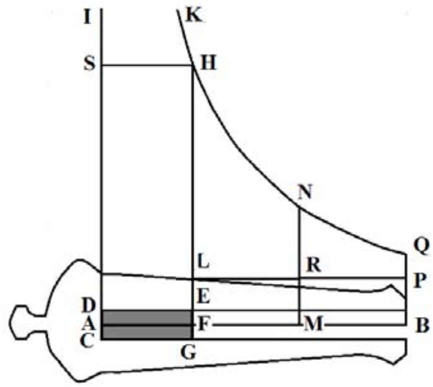
Given the Dimensions of any Piece of Artillery, the Density of its Ball, and the Quantity if its Charge, to determine the Velocity which the Ball will acquire from the Explosion, supposing the Elasticity of the Powder at the first Instant of its firing to be given.

In the solution of this problem, we shall assume the two following principles :

I. That the action of the powder on the bullet ceases as soon as the bullet is got out of the piece.

II. That all the powder of the charge is fired, and converted into an elastic fluid, before the bullet is sensibly moved from its place.

These postulates we shall demonstrate in an annexed *Scholium* ; and they being supposed, the proposition itself is thus determined.
Let AB represent the axis of any piece of artillery, A the breech, and B the muzzle ; DC the diameter of its bore, and DEGC a part of its cavity filled with powder. Suppose the ball that is to be impelled to lie with its hinder surface at the line GE, then the pressure exerted at the explosion, on the circle of which GE is , the diameter, or, which is the same thing, the pressure exerted in the direction FB, on the surface of the ball, is easily known from the known dimensions of that circle ; draw any line FH perpendicular to FB, and AI parallel to FH, and through the point H, to the asymptotes IA and AB, describe the hyperbola KHNQ ; then if FH represents the force impelling the ball at the point F, the force impelling the ball in any other place as M wil1 be represented by the line MN, the ordinate to the hyperbola at that point ; for when the fluid impelling the body along, has dilated itself to M, its density will be then to its original density in the space DFGC reciprocally as the spaces through which it is respectively extended ; that is, as FA to MA, or as MN to FH ; but we have shewn , in the second proposition, that the elasticity or impelling force of this fluid is directly as its density ; therefore, if FH represents that force at the point F, MN will represent the like force at the point M.



Since the absolute quantity of the force impelling the ball at the point F is known, and the weight of the ball is likewise known ; the proportion between the force the ball is impelled with, and its own gravity [*i.e.* mass or less precisely, weight], is known. In this proportion take FH to FL, and draw LP parallel to FB ; then MN, the ordinate to the hyperbola in any point, will be to its part MR, cut off by the line LP, as the impelling force of the powder in that point M, to the gravity of the ball ; and consequently the line LP will determine a line proportional to the uniform force of gravity in every point ; whilst the hyperbola HNQ determines in like manner such ordinates as are proportional to the impelling force of the powder in every point ; whence, by the 39th proposition of lib.I. of *Sir Isaac Newton's Phil. Nat. Prin. Math.* [See *Book I section 7*, of my translation of the 3rd ed. of Newton's *Principia* on this website, in which Newton shows that the area under the force vs. displacement curve for a body is proportional to the work done or changed essentially into kinetic energy, evaluated for the case of a hyperbola in terms of natural logarithms.] the areas FLPB and FHQB are in the duplicate proportion of the velocities which the ball would acquire, when acted on by its own gravity through the space FB, and when impelled through the same space by the force of the powder. But since the ratio of AF to AB, and the ratio of FH to FL are known, the ratio of the area FLPB to the area FHQB is known ; and thence its sub duplicate. And since the line FB is given in magnitude, the velocity which a heavy body would acquire, when impelled through this line by its own gravity, is known, being no other than the velocity it would acquire by falling through a space equal to that line ; find then another velocity, to which this last-mentioned velocity bears the given ratio of the sub duplicate of the area FLPB to the area FHQB, and this velocity, thus found, is the velocity the ball will acquire when impelled through the space FB by the action of the inflamed powder.

Now, to give an example of this, let us suppose AD, the length of the cylinder, to be 45 inches, its diameter DC, or rather the diameter of the ball, to be $\frac{3}{4}$ of an inch ; and AF, the extent of the powder, to be $2\frac{3}{4}$ inches ; to determine the velocity which will be communicated to a leaden bullet by the explosion, supposing the bullet laid at first with its surface contiguous to the powder.

By the theory we have laid down in the last proposition, it appears, that at the first instant of the explosion, the flame will exert, on the bullet lying close to it, a force 1000 times greater than the pressure of the atmosphere : the medium pressure of the atmosphere is esteemed equal to that of a column of water 33 feet high ; whence lead being to water as 111,345 to 1 , this pressure will be equal to that of a column of lead 34,9 inches in height : whence multiplying this by 1000, a column of lead 34900 inches high would produce a pressure equal to what is exerted on the ball by the powder in the first instant of the explosion ; and the leaden ball being $\frac{3}{4}$ of an inch in diameter, and consequently equal to a cylinder of lead on the same base, $\frac{1}{2}$ an inch in height, the pressure at first acting on it will be equal to 34900×2 or 69800 times its weight ; whence FL to FH is as 1 to 69800 : and FB to FA is as $45-2\frac{5}{8}\left(\text{or } 42\frac{3}{8}\right)$ to $2\frac{3}{8}$; that is, as 339 to 21 ; whence the rectangle FLPB is to the rectangle AFHS; as 339 to 21×69800; that is, as 1 to $4324-$. And from the known application of the logarithms to the mensuration of the Hyperbolic spaces, it follows, that the rectangle AFHS is to the area FHQB, as ,43429 etc. is to the tabular logarithm of $\frac{AB}{AF}$; that is, of $\frac{360}{21}$, which is 1,2340579 ; whence the ratio of the rectangle FLPB to the hyperbolic area FHQB, is compounded of the ratios of 1 to $4324-$, and of ,43429 etc. to 1,2340579 ; which together make up the ratio of 1 to 12263, the sub duplicate of which is the ratio of 1 to 110, 7 ; and in this ratio is the velocity which the bullet would acquire by gravity, in falling through a space equal to FB, to the velocity the bullet will acquire from the action of that powder, impelling it through FB ; but the space FB being $42\frac{3}{8}$ inches, the velocity a heavy body will acquire in falling through such a space, is known to be what would carry it nearly at the rate of 15,07 feet in 1" of time ; whence the velocity, to which this has the ratio of 1 to 110,7, is a velocity which would carry the ball at the rate of $15,07\times 110,7$ feet in 1" of time, that is, at the rate of 1668 feet in 1" of time. And this is the velocity which, according to the theory, the bullet in the present circumstances would acquire from the action of the powder, during the time of its dilatation.

And this being once computed for one case, is easily applied to any other ; for, if the cavity DEGC left behind the bullet be only in part filled with powder, then the line HF, and consequently the *area* FHQB, will be diminished in the proportion of the whole cavity to the part filled ; if the diameter of the bore be varied, the lengths AB and AF remaining the same, then the quantity of powder and the surface of the bullet, which it acts on, will be varied in the duplicate proportion of the diameter ; but the weight of the bullet will vary in the triplicate proportion of the diameter ; wherefore the line FH, which is directly as the absolute impelling force of the powder, and reciprocally as the gravity of the bullet, will change in the reciprocal proportion of the diameter of the bullet If AF, the height of the cavity left behind the bullet, be increased or diminished, the rectangle of the hyperbola, and consequently the *area* corresponding to ordinates in any given ratio, will be increased or diminished in the same proportion. From all which it follows, that the area FHQB, which is in the duplicate proportion of the velocity of the impelled body, will be directly as the logarithm $\frac{AB}{AF}$, (where AB represents the length of the barrel, and AF the length of the cavity left behind the bullet) also directly as the part of that cavity filled with powder, and inversely as the diameter of the bore, or rather of the bullet, likewise directly as AF the height of the cavity lest behind the bullet. Consequently the velocity being computed above, for a bullet of a determined diameter, placed in a piece of a given length, and impelled by a given quantity of powder, occupying a given cavity behind that bullet ; it follows, that, by means of these ratios, the velocity of any other bullet may be thence deduced, the necessary circumstances of its position, quantity of powder, etc. being given. Where note, that in the instance of this proposition, we have supposed the diameter of the ball to be $\frac{3}{4}$ of an inch : whence the diameter of the bore will be something more. and the quality of powder contained in the space DEGC will amount to exactly l2dw, a small wad of tow included.

SCHOLIUM.

In this proposition we have taken for granted,

1*st*, That the action of the powder on the bullet ceases, as soon as the bullet is got out of the piece.

2*dly*, That all the powder of the charge is fired before the bullet is sensibly moved from its place.

These assumptions we are now to demonstrate.

The first will, I presume, appear manifest, when it is considered, how suddenly the flame will extend itself on every side, by its own elasticity, when it is once got out of the mouth of the piece ; for by this means its force will then be dissipated, and the bullet will be no longer sensibly affected by it. The second principal is, indeed, less obvious, being contrary to the general opinion of almost all writers on this subject. But, however, it is not less certain. It might, perhaps, be sufficient for the proof of this position, to observe the prodigious compression of the flame in the chamber of the piece. Those who will attend to this circumstance, and to the easy passage of the flame through the intervals of the grains, may soon satisfy themselves, that no one grain contained in that chamber can continue for any time uninflamed, when thus surrounded and violently pressed by so active a fire. However, not to rely on mere speculation in a point of so much consequence, I considered, that, if part only of the powder is fired, and that successively, then by laying a greater weight before the charge, (suppose 2 or 3 bullets instead of one) a greater quantity of powder would necessarily be fired, since a heavier weight would be a longer time in passing through the barrel. Whence it should follow, that two or three bullets would be impelled by a much greater force than one only. But the contrary to this appears by experiment ; for firing one, two, and three bullets, laid contiguous to each other, with the same charge respectively, I have found (by a method to be mentioned hereafter) that the air velocities were not much different from the reciprocal of the sub duplicate of their quantities of matter ; that is, if a given charge would communicate to one bullet a velocity or 1700 feet in 1'', the same charge would communicate to two bullets a velocity from 1250 to 1500 feet in 1'', and to three bullets, a velocity from 1050 to 1110 feet in 1'' . From hence it appears, that, whether the piece be loaded with a greater or less weight of bullet, the action of the powder is nearly the same; since all mathematicians know, that if bodies containing different quantities of matter are successively impelled through the same space by the same power, acting with a determined force at each point of that space, then the velocities given to those different bodies will be reciprocally in the sub duplicate ratio of their quantities of matter .The excess of the velocities of the two and three bullets above what they should have been by this rule, (which are that of 1200 and 980 feet in 1") does doubtless arise from the flame ; which escaping by the side of that first bullet, acts on the surface of the second and third.

Now this excess has in many experiments been imperceptible, and the velocities have been reciprocally in the sub duplicate ratios of the number of bullets to sufficient exactness ; and where this error has been greater, it has never arisen to an eighth part of the whole ; but if the common opinion was true, that a small part only of the powder fires at first, and other parts of it successively, as the bullet passes through the barrel, and that a considerable part of it is often blown out of the piece without firing at all ; then the velocity, which three bullets received from the explosion, ought to have been much greater than we have ever found it to be ; since the time of the passage of three bullets through the barrel being nearly double the time, in which one passes, it should happen, according to this vulgar supposition, that , in a double time a much greater quantity of the powder should be fired, and consequently a greater force should have been produced; than what acted on the single bullet only, contrary to all our experiments.

But further, the truth of the second postulate will be more fully evinced, when it shall appear, as it will hereafter, that the rules founded on this supposition ascertain the velocities of bullets impelled by powder, to the same exactness, when they are acted on through a barrel of 4 inches in length only, as when they are discharged from one of four feet. With respect to the grains of powder, which are often blown out unfired, and which are always urged as a proof of the gradual firing of the charge, I believe *Diego Uffano*, a person of great experience in the art of Gunnery, has given the true reason for this accident ; which is, that some small part of the charge is often not rammed up with the rest, but is left in the piece before the wad, and is by this means expelled by the blast of air before the fire can reach it ; I must add, that in the charging of cannon and small arms, especially after the first time, this is scarcely to be avoided by any method, I have yet seen practised. Perhaps, too, there may be some few grain & in the best powder of so heterogeneous a composition as to be less susceptible of firing, which I think I have myself observed : these, though they are surrounded by the flame, may be driven out unfired. However, be that as it may, the truth of our position cannot in general be questioned. Having in this proposition shewn how the velocity, which any bullet acquires from the force of powder, may be computed upon the principles of the theory laid down in the preceding propositions of this treatise ; we will next shew, that the actual velocities, with which bullets of different magnitudes are impelled from different pieces, with different quantities of powder, are really the same with the velocities assigned by these computations ; and consequently, that this theory of the force of powder, here delivered, does unquestionably ascertain the true action and modification of this enormous power.

But in order to compare the velocities communicated to bullets by the explosion, with the velocities resulting from the theory by computation ; it is necessary, that the actual velocities, with which bullets move, should be capable of being discovered, which yet is impossible to be done by any methods hitherto made public. The only means hitherto practised by others for that purpose, have been either by observing the time of the flight of the shot through a given space, or by measuring the range of the shot at a given elevation ; and thence computing on the parabolic hypothesis, what velocity would produce this range. The first method labours under this insurmountable difficulty, that the velocities of these bodies are often so swift, and consequently the time observed is so short, that an imperceptible error in that time may occasion an error in the velocity, thus found, of 2, 3, 4, 5, or 600 feet in a second. The other method is so fallacious, by reason of the resistance of the air, (to which inequality the first is also liable) that the velocities thus assigned may not be perhaps, the tenth part of the actual velocities sought.

To remedy, then, these inconveniencies, I have invented a new method of finding the real velocities of bullets of all kinds ; and this to such a degree of exactness, (which may be augmented too at pleasure) that in a bullet moving with a velocity of 1700 feet in 1'', the error in the estimation of it need never amount to its five hundredth part ; and this without any extraordinary nicety in the construction of the machine. The description and use of which is the subject of the next proposition.

FIRST NOTE

Here the author has determined in a geometric way the speed with which a bullet is fired from an artillery piece, so that even those people who are not skilled in Algebra [*i.e.* analysis] can understand the same: for those, however, who know how to make use of the algebraic formulas, such a solution without doubt also shall be clearer. So in order to make this satisfactory, preparing the ground for other studies, here we also will give this problem solved algebraically.

1. The whole length of the piece $AB = a$.
2. The length of the chamber $\mathrm{AF} = b$, which we either completely or only partially set to be filled with powder.
3. The diameter of the bullet to be $= c$.
4. Let the material, from which the ball is made, be *n* times denser or heavier than water.
5. Let the elasticity of the powder in the chamber AF be *m* times greater in the first moments after ignition, than the elasticity of the air. So if the whole chamber AF is filled with powder, then according to the author, becoming $m = 1000$, but if only a part of the same is filled with powder, so the value of *m* must be considered to be so much smaller.

Let us consider the bullet to have already been driven as far as M, and call the path $\mathrm{FM} = x$. Also the speed of the ball at M to be equal to that which a body receives, as it falls freely from that height $= v$. Because if this height *v* is known, it is also easy to deduce the true speed of the ball. Namely one writes this height *v* in thousandth parts of Rhenish feet, and finds the square root of this number, which one then multiplies by 250 so the product becomes, how many thousandth parts [of 1000] of these Rhenish feet the bullet will regain in a second.

[According to the following formula for frictionless free fall, the acceleration of gravity is taken to be 31.24 Rh.ft/sec^2. For from the formula relating the speed *V* to the distance fallen from rest under gravity:

$$V^2 = 2gv,\ \text{if } v \text{ is in thousands of Rh.feet, kRh.ft.,}$$
$$\text{then if } g = 31.25 \text{ Rh.ft / sec}^2 = \frac{31.25}{1000}\text{kRh.ft./sec}^2,$$
$$V = \sqrt{\frac{2\times 31.25}{1000}v}\ ,\ \text{then}\ \ V = \frac{\sqrt{v}}{4} \to 250\sqrt{v}\ \text{Rh.ft / sec}.$$

However, it should be observed that Euler normally used the incorrect formula $V^2 = gv$, derived from Leibniz's *Vis Viva* principle, in which case the acceleration of gravity would have twice the accepted value, and yet would give the correct experimental agreement.]

In this expression, the value of m is 1000, when the charge fills the whole capacity AF; but if it occupies only a part then the length shall be $= f$, then one will have $m = \frac{1000f}{b}$, and the speed of the bullet will be given by $\sqrt{\frac{6907\frac{3}{4}mb}{nc}l\frac{a}{b}}$ feet per second.

Thus the square of the speed with which the bullet leaves the cannon is directly as the logarithm of $\frac{a}{b}$ or $\frac{AB}{AF}$, & as the length f of the volume which the powder occupies, and inversely as the diameter c of the bullet, and its density n. The author is then wrong in putting the longer length $\mathrm{AF} = b$ into the number of quantities which enter into the expression of the speed.

Seeing now, on taking the author's example, with what speed a leaden ball is fired out of a rifle :

One has $a = 45$ inches, $f = b = 2\frac{5}{8}$ inches; $c = \frac{3}{4}$ of an inch, $n = 11{,}345$, as the ball is made of lead :

Then $\frac{a}{b} = \frac{120}{7}$, $l\frac{a}{b} = 1{,}2340832$, $\frac{f}{c} = \frac{7}{2}$ and $\frac{f}{nc} = \frac{7}{22{,}69}$, then one will have

$$l\frac{f}{nc} = 9{,}4892635.$$

If we calculate our formula by logarithms, we will have :

$$l1{,}2340832 = 0{,}0913445,$$
$$l\frac{7}{22{,}69} = 9{,}4892635.$$
$$l6907750 = \underline{6{,}8393366}$$
$$6{,}4199446$$

then half is $3{,}2099723,$

which is the logarithm of 1621,7 : then the speed of the bullet is 1611,7 Rhenish feet per second. This number has been found not to differ from that found by the author, because the London foot, that he has used, is less than the Rhenish foot; and because I have only taken 32 feet for the height of the column of water equal to the weight of the atmosphere ; instead of which he had assumed 33 feet.

SECOND NOTE.

We have neglected eight different circumstances in this solution which, though each one for the most part is very small and delivering little, nevertheless by their acting together may diminish the predetermined speed of the ball, and therefore probably should not be ignored. We can see at once that the formula found, which expresses the speed of the ball, is not completely consistent with the truth, because it would follow that the longer the tube, or the length $AB = a$, so the ball would emerge faster the more it should be driven, since it would follow that the ball would receive a much higher speed, which disagrees with experience : in so far as it is known that a too-long canon does not drive the ball as far as a shorter one. Hence it will be necessary, that some consideration be drawn from the eight conditions left out, and to investigate by how much the predetermined speed of the ball is reduced by the same.

In the first place the counter pressure of the external air has not been brought into the calculation : For as long as the ball is in the cavity FB, then the same is pushed back by the external air. This force is equal to a column of water whose height is 32 feet, as we have assumed. Now there the ball is like a water column whose length $=\frac{2}{3}nc$ [recall that the spherical bullet is replaced by a cylinder of the same diameter, so that $h=\frac{2}{3}c$], the back pressure will act on the weight of the ball, as 32 to $\frac{2}{3}nc$, that is, as $\frac{48}{nc}$ to 1 ; and so this equation can be derived

$$dv=\frac{48mb}{nc(b+x)}dx-\frac{48dx}{nc}$$

and furthermore

$$v=\frac{48mb}{nc}l\frac{b+x}{b}-\frac{48x}{nc}$$

Now one puts $x = BF = a-b$, from which the speed, with which the bullet will be driven out of the barrel, so there becomes

$$v=\frac{48mb}{nc}l\frac{a}{b}-\frac{48(a-b)}{nc}$$

In the second place, neither has the resistance of the air been considered, whether in fact it can be ignored in the short tube *FB*, or whether the same can be equated, and is not negligible because of the speed of the bullet [What is meant here is the work done in pushing an actual volume of air out of barrel ahead of the bullet as it travels along the tube.]. But nevertheless concerning the same being brought into the calculation, so it can be noted that if the ball has a flat face, the same to be equal to the pressure of a head of water of which the height $=v$, and then the head of water whose height $=\frac{v}{864}$, if we call the water 864 times more heavy than the air. The curvature of the bullet makes the resistance only half as great, and therefore equal to a head of water of which the height $=\frac{v}{1728}$. This resistance so acts on the acts on the bullet itself, as $\frac{v}{1728}$ to $\frac{2}{3}nc$, or as $\frac{v}{1152nc}$ to 1. Consequently one obtains this equation

$$dv=\frac{48mbdx}{nc(b+x)}-\frac{48dx}{nc}-\frac{vdx}{1152nc}$$

or

$$dv+\frac{vdx}{1152nc}=\frac{48mbdx}{nc\left(b+x\right)}-\frac{48dx}{nc}.$$

Concerning finding the integral from that, so one puts *e* for the number, of which the hyperbolic Logarithm is equal to l, or e = 2,718281828, and to multiply the differential equation found by $e^{x:1152nc}$, or one can put briefly $1152nc=g$, and multiply with $e^{x:g}$, so one obtains

$$e^{x:g}\left(dv+\frac{vdx}{g}\right)=\frac{48mbe^{x:g}dx}{nc\left(b+x\right)}-\frac{48e^{x:g}dx}{nc},$$

of which the integral is

$$e^{x:g}v=\frac{48mb}{nc}\int\frac{e^{x:g}dx}{b+x}-\frac{48g}{nc}\left(e^{x:g}-1\right)$$

or

$$v=\frac{48mb}{nc}e^{-x:g}\int\frac{e^{x:g}dx}{b+x}-\frac{48g}{nc}\left(1-e^{-x:g}\right).$$

Because now the fraction $\frac{x}{g}$ is very small, so that approximately,

$$e^{x:g}=1+\frac{x}{g}+\frac{xx}{2gg}$$

and

$$e^{-x:g}=1-\frac{x}{g}+\frac{xx}{2gg},$$

from which

$$\int \frac{e^{x:g}dx}{b+x} = \int \frac{dx}{b+x} + \int \frac{xdx}{b+x} + \int \frac{xxdx}{2gg\left(b+x\right)}$$
$$= l\frac{b+x}{b} + \frac{x}{g} - \frac{b}{g}l\frac{b+x}{b} + \frac{xx}{4gg} - \frac{bx}{2gg} + \frac{bb}{2gg}l\frac{b+x}{b},$$

consequently,

$$v = \frac{48mb}{nc}\left(\left(1 - \frac{b+x}{g} + \frac{\left(b+x\right)^2}{2gg}\right)l\frac{b+x}{g} + \frac{x}{g} - \frac{bx}{2gg} - \frac{3xx}{4gg}\right) - \frac{48x}{nc}\left(1 - \frac{x}{2g}\right).$$

Let us now put $x = a - b$, so that from that the speed, with which the bullet leaves the fired gun can be found from this :

$$v = \frac{48mb}{nc}\left(1 - \frac{a}{g} + \frac{aa}{2gg}\right)l\frac{a}{b}1 + \frac{48mb(a-b)}{ncg}\left(1 - \frac{3a-b}{4g}\right)$$
$$- \frac{48(a-b)}{nc}\left(1 - \frac{a-b}{2g}\right),$$

or if one may leave out the smallest terms, which have no noticeable effect, so there shall be

$$v = \frac{48mb}{nc}(1 - \frac{a}{g})l\frac{a}{b} + \frac{48mb(a-b)}{ncg} - \frac{48(a-b)}{nc} \text{ feet.}$$

From this we can calculate now how much both the back pressure as well as the air resistance arising can reduce the speed in the above examples, there is

$$a = 45, \quad b = 2\tfrac{5}{8}, \quad c = \tfrac{3}{4}, \quad n = 11{,}345, \quad nc = 8{,}509, \quad m = 1000,$$
$$g = 1152nc = 9802{,}37, \quad 48mb = 126000 \text{ and } 48mb = 14808nc.$$

The common Logarithm of $\frac{a}{b}$ is 1,2340832, which multiplied by 2,302585 must become, accordingly the hyperbolic Logarithm $l\frac{a}{b}$, which will become $= -2{,}8415816$. From which it follows

$$\frac{48mb}{nc} l \frac{a}{b} = \qquad 42078,1$$

$$\frac{48mb}{nc} \frac{a}{g} l \frac{a}{b} = \qquad \underline{193,1}$$

$$41885,0$$

$$\frac{48mb(a-b)}{ncg} = \qquad 64,014$$

$$\frac{48(a-b)}{nc} = \qquad \underline{239,04}$$

also

$$v = 41710 \text{ feet.}$$

This foot one relates into thousands of parts, so becoming 41710000, from which the square root becomes 6458, from that the 4th part 1615 indicates how many feet the bullet has lost in one second in its speed. As we have found 1622 feet before, it is clear that these two circumstances only remove 7 feet. Hence the same were known by the author to be ignored without error.

THIRD NOTE

Apart from the pressure and the resistance of the air there are still two other causes which reduce the speed of the ball, if we also assume with the author that all the powder in the gun ignites at once: against which nevertheless still various objections are to be made which should be brought forward in the following. These two new causes also appear to have a far greater impact on the movement of the ball, therefore, so that we cannot avoid considering them

The former consists of the friction, by which force the ball rubs on the inner wall of the barrel, and thereby suffers a reduction in motion. In the smaller shotguns, such as muskets and carbines, in which the bullets must be pushed in with great force, without doubt friction is very large. The same may be supposed equal to the weight of the ball, so one must diminish the height v found before from the quantity $\mathrm{FB} = a - b$, which however in consideration would not be able to deliver the very large values of v : so if the friction were 100 times greater, so also the weight of the ball, so one can still consider $100(a-b)$ to be ignored providing v without any noted error. For canon too there would still be much less friction to be taken away, because the balls are not pushed in with force, but there is still room to move between the inner wall and the ball, and thus friction cannot be equal to the weight of the ball at any time. But nevertheless, it is to assume that either friction or some other similar cause can significantly change the motion of the ball in the barrel. Because there the ball, as soon as it has been pushed out of the barrel, still encounters all the hinderances to its motion, friction excluded, which it was subjected to inside the canon, so a too-long barrel length would not affect the motion of the ball, as one knows well on the contrary, if the ball did not encounter any other resistance inside the canon, which it does not find outside. Now this resistance might spring from friction, or from some other cause, so the same must be quite considerable, if hence in a too-long canon it may be able to overcome the forward driving force of the gunpowder. One cannot decide anything about this before proper experiments have been done diligently to determine the most advantageous length of arms to use. But everything regarding the length of the canon is determined much more by economics than by these principles. And if one asks, why the piece had not been made longer, it is because the increase in the speed which would result from that, would hardly compensate the inconvenience presented by a much greater length, from which the bullet received a much greater speed: but furthermore, because the advantage or the speed, that one really obtains from that, the greater expenses, and the greater inconvenience, which the longer canon requires, are not nearly replace. Let us then consider the length of the barrel in the example set out above, which was 45 inches, to be increased up to 50 inches, so there becomes $\frac{a}{b}=\frac{50}{2,625}$ instead of $\frac{45}{2,625}$ and then $l\frac{a}{b}=1,2798407$ instead of 1,2340832. Also, without looking at an increase in the resistance, the square of the velocity increases according to $\frac{37}{1000}$ and the speed itself by $\frac{18}{1000}$ that is about a $\frac{1}{55}$ part. In many cases it would not be worth the effort to make the above barrel 5 inches longer for such a small increase. Thus we do not know if we will be departing from the truth even if we do not bring the friction of the ball against the interior walls of the cannon into consideration.

The other cause, of which a report should be made here, has a much greater influence on the motion of the ball. Because, while the ball is being forced forwards through the barrel of the cannon, not only does the elastic fluid escape through the touch hole [*i.e.* for the ignition hole], but also between the ball and the inner wall of the cannon: so the elasticity in the cannon itself gets smaller, as has been recognized here in the same resolution. Then, there the same, because of the large elasticity, escapes through the before mentioned opening with a far greater speed than the ball itself can have always, so this loss in the continuing driving force is quite substantial, and must by necessity cause the ball to receive a lower speed than the above calculation indicates. Really about determining this decrease, one must know the speed, with which the air compressed together in the cannon escapes both through the touch hole, as well as around the ball, which undertaking we have the chance to carry out in the following pages. Meanwhile, we can give an example, as Prof. Daniel Bernoulli calculated in his *Hydrodynamics* p. 241, for just so much to be taken away to bring out the real speed of the ball, without regard to the diminution of the forward moving forces, that the first elasticity trapped in the air in the powder was obliged to be put 6004 times greater than the pressure of the atmosphere ; but in the case after he had taken this resistance removed into consideration, the initial elasticity must be taken 10000 times greater than the same pressure. Notwithstanding this now deduced from such principles, about which Mr. Robins has given nothing, so one can expect as much that this circumstance must cause a marked change in the above specification of the speed. Hence, if one sees in the following, that the experiments are in agreement with the calculated speeds, so this will be considerable evidence, that the forward acting force is much greater than has been assumed in the calculation so far, and that therefore the first elasticity on the ignition of the powder is far more than a thousand times greater than the elasticity of the normal air.

FOURTH NOTE

These are not the only causes capable of diminishing the speed found by the calculation; we can already add to that three or four ways already new ways mentioned already. In the first place, if the elastic matter is already in an expanded state, so all the parts themselves must be moving forwards, and which accordingly are moving so much faster, the further the same are from the bottom A. Then the most forward parts, which are in contact with the ball, have the same speed as the ball, so that those parts nearer the bottom have a smaller speed. Now as the motion of the forwards parts becomes faster and faster, so also must the motion of the rest become greater in proportion. But every part of this elastic matter is pushed forwards by the air from behind, but backwards by the air in front, thus it is required that the first pressure of the air behind must be greater than that of the air in front, otherwise the speed of these parts would not increase. From this it follows also, that the elasticity of the air situated behind the ball, cannot be equal to same size everywhere, but that it must be greater at the base *A* than at the ball, and hence the ball will be forced forwards by a smaller force, than would be indicated in the calculation: from that one sees, that the air behind the ball has an equal force of expansion everywhere. This difference must be so much greater, because the denser the air behind the ball is greater. But because the same density is quite low, we would like to admit that, therefore, no significant reduction would occur in the speed of the ball.

For the same reason, the second cause which we have considered, now becomes as little noticeable. One has assumed in the calculation, that the whole force of the powder was applied entirely in pushing the ball forwards : but because also a small part of the powder, and as well as that the air produced, must themselves become part of the motion, hence a small part of the force will be required for this, which must be taken from that acting on the bullet, from which effect the motion of the bullet will become diminished. In fact this cause arises with the above-mentioned from the one source, namely from the inertia of the mass of the air, and if one can bring the last into the calculation, so would the first be locked therein also. Meanwhile you can still get a significant understanding of the effect, if you consider this effect itself in a two-fold way. But it is fortunate that springs from this fact is not noticeably effect, because it would be difficult and perhaps impossible to be, to determine exactly the same from the known principles of mechanics. You get mixed up with such a confused differential equation, that you see no means of solving the same, or to draw from that some dependable conclusions.

The third cause is just the second principle, which the author assumes to be correct, and believed to have demonstrated completely: taking all the powder to be set alight at the same instant. But you can find a lot of reasons to argue against the principles and proofs of the author. The author introduces the first reason set forth from the great heat, and the speed of the flame, the same which goes through between the powder grains. But this is precisely the question of whether or not so much powder will ignite in the very first moment that the flame could pass between all grains. Besides, when this communication takes place by the movement, so necessarily this requires a succession of instants, and so for the granulated powder the only question here is how long a time does it take for the powder to be set alight from the very beginning of the ignition. No one will deny that this does not happen in a very short time: only it is no less true that the ball moves so quickly out of the cannon that the smallest part of the time is here already quite considerable. Commonly, the ball is driven out in a hundredth of a second from the barrel. So if only $\frac{1}{100}$ second were sufficient for the full ignition of the powder, which certainly is of course still a very short time for igniting the last of the powder, the ball already would have reached the mouth of the canon; therefore in doing so already the driving force of the powder would be noticeably reduced. If one wished, following the opinion of Mr. Robins for the total ignition in a time shorter than in $\frac{1}{100}$ second; as in $\frac{1}{200}$ second or even less, in $\frac{1}{1000}$, which is hardly believable, especially for large charges, nevertheless it must always result in a credible effect. So if the powder is light it catches fire, but this requires some time, and that longer with a different kind of powder than the other. Therefore, following the Author's own report, granular powder has been preferred to flour-powder, because the former ignite faster than these. Since the flour-powder requires some time before the ignition occurring at a place spreads everywhere, so the advantage of the granular powder may consist in nothing other than for all the ignition to occur sufficiently in a much shorter time. But also this time exposed will be so short, so the power is always the same to cause a noticeable change in the forwards driving force.. We have assumed above here only $\frac{1}{100}^{\text{th}}$ second for the time in which the ball is driven out of the cannon piece. But this length of time is still too long after the experiment, whereby Mr. Robins had assumed the real velocity with which a bullet fired is driven from the gun. He found that this speed to be from 1500 to 2000 feet per second. Because now this speed has been impressed on the ball in the barrel of the gun, which was approximately $3\frac{1}{2}$ feet long, so must the ball have received all this speed in the first instant, in a time between $\dfrac{3\frac{1}{2}}{1500}$ and $\dfrac{3\frac{1}{2}}{2000}$ seconds, that is an average of $\frac{1}{500}$ seconds. But if the speed of the ball has a uniformly increased motion, as that perceived in falling bodies, after that has been communicated, so would the same time to fall be twice as long, that is to have stayed for $\frac{1}{250}$ seconds. Now there the initial forwards driving force is much stronger, and gradually decreases so the true time must become less, as longer than $\frac{1}{250}$ " but shorter than $\frac{1}{500}$ " and so taken around $\frac{1}{375}$ seconds, which time is so short and so quick that you cannot imagine the complete ignition of the powder to happen much quicker than happens in $\frac{1}{375}$ second, so this one cannot afford to neglect this fact.

What the author states further, that the powder grains which often are driven out still un-ignited from the cannon, may have escaped the ram-rod and not come to lie behind the ball, notwithstanding that such may be completely correct, yet by no means does it prove,

that the complete combustion happens at once, and not requiring any time at all. Then, even assuming that all the powder ignited before the bullet leaves the muzzle, and as so often whole grains are found in front of the canon, these would not have been behind the ball on leaving : so it by no means follows that the time of complete combustion agrees with the time of the expulsion of the ball through the cannon, which cannot be negligible. About these, it may also be, that a good part of the powder nevertheless catches fire outside the mouth is violent enough, and therefore contributes nothing to the forwards force of the ball, these grains do not fall down regardless unignited. For when the fire still outside the mouth is violent enough, it may yet be because a portion of the powder, which on this account remained in the barrel for an all too brief a time and unignited by the flame. Furthermore, the author himself admits that he often perceived some grains in the powder, which endured the violence of the flame some time before they caught alight. Now that he had been able to observe this time, so must the same be noticed, and certainly to be more, than have been $\frac{1}{100}^{\text{th}}$ second. So, if there are such grains, which can withstand the power of the flame longer than $\frac{1}{100}^{\text{th}}$ second, so must there still be many more suchlike which for their ignition require only $\frac{1}{300}^{\text{th}}$ second. Therefore, also this evidence, which the author cites to assert his case, rather confirms the opposite.
The author's strongest test consists in this moreover, that the calculations derived from this proposition, concur completely with experience. But we have already shown how several circumstances have not been taken into consideration in this calculation, from which nevertheless some cause no small changes, and therefore it is not without much caution that the author achieved this singular agreement of the calculation with experiment. Because the author has not considered this calculation with regard to the lessening of the forward-moving force, which happens through the touch-hole and around the ball, and therefore for this reason already a difference has to be expressed between theory and experiment ; so it might well be that the gradual ignition of the powder again removes these differences. For since the force of the powder decreases not only because of the expansion taking place, as has been seen in the calculation itself, but also because of the loss, which includes the elasticity of the air suffered through the touch hole and the space around the ball, so must the reduction in the force be greater, that what has been accepted as the theory! If now the powder ignites gradually, so thus given a continuing driving force behind a steady growth, which replaces the previous discussed departure [of the hot gas], such that in this way in turn it can take place just in the proportion as the removal of the force, which was accepted in theory. In this way, so could this theory, given all the circumstances, notwithstanding, be combined with experiment again, if you put only the force of the ignited powder in the first moment so much larger. Because if only a portion of the powder, which first catches fire, is strong enough to give the effect produced, to bring about that which should arise according to the theory of the entire charge, in addition the partial elastic force of which must just be as great as that which have been attributed to the whole. Thus, if the elastic force of the natural air is indicated by 1, the elastic force of the air generated from the ignition of the powder must be so many times greater than 1000, as the first part ignited of the powder is less than the whole

charge. Under this condition, so the author's theory cannot be in accord with experiment except in the case where the increase in the driving force resulting from the gradual ignition of the powder, almost compensates the removal of that from the touch hole and the space around the ball, perhaps to be found in the nature of the powder the author may have used. But by this means, the first point of the author suffers : by which it attributes the elastic force of the powder to be 1000 times greater than the pressure of the Atmosphere, when in this case the calculations assume a big increase in the same force. Thus, when the author, according to his proposition, considers all the powder to ignite at the same time in an instant, relies on the agreement of the calculations with the experiments on which it is based, then his opinion, far from being confirmed by that, is found in total disagreement.

But so that we do not oppose the simple key reasoning drawn from the author's experiments, I am going to introduce some others through which it is clearly evident that the whole ignition of the gunpowder does not happen at a single instant. I refer here to a number of experiments performed by General Günther at St. Petersburg in 1727 in the presence of various members of the Academy, among which I found myself engaged. Among others, there was a piece whose bore was $7\frac{7}{10}$ English feet long, the same shot vertically and done using different charges. Every time it was fired, the time taken for the ball to return to earth again was measured by a pendulum ; from that Mr. Bernoulli calculated the speed with which the ball was driven from the piece. Regardless of the fact that he used the Newtonian theory of the resistance of the air, this consideration adds nothing to our present intention. Thus he has found that the ball fired in an airless space, after 1, 4 and 8 ounces of powder were loaded, must rise to the heights 541, 13694, 58750 feet. Then this canon was shortened to a length of $1\frac{7}{10}$ feet, and thus the bore reduced by 6 feet. After this reduction with the same charges of 1, 4 and 8 ounces of powder, vertical shots were again done, and it was found that the bullet would be rising in an airless space only to 274, 2404 and 6604 feet. With the charge of 8 ounces, so the ball from the whole canon would be raised almost 9 times higher than in the shortened form: therefore the speed with which the ball was driven in the first instance, was approximately three times greater than in the latter. However, according Mr. Robins' theory, one would hardly have to remember this distinction. So from this it is clear that before the shortening the canon itself is still good and so even the greatest part of the powder would only then have ignited when the bullet had passed through the last foot in the barrel of the cannon. This same conclusion follows also from the smaller charges, however the separation is not so great and just shows from this, that the greater the charge, the more time it will ever take before all the powder has kindled, which circumstance is itself understandable enough.

The extended barrel, which is known to shoot much further than the shortened one, presents us with a very important test to confirm that the powder does not all kindle at once. For then, should all the powder be set on fire at once, a drawn tube would not shoot nearly as far as a shortened one. One need only consider the big resistance, which the ball has to overcome in a drawn tube without seeing the fact that at the same time the ball is imparting a [recoil] movement to the axis, including a required force, so that one cannot entertain the slightest doubt about that. However, since the bullet is fired from an elongated barrel with a greater velocity in general regardless of this greater resistance, if the other conditions are of no consequence. So there must necessarily exist a far greater power in a drawn tube, in general, which not only overcomes the greater resistance, but which also is sufficient to communicate a faster movement to the ball. But the agreed force moves all the powder hither and thither, and in both cases the charge is the same: therefore no other cause remains as that in the drawn tube, the whole charge or, at least, the greater part ignites, the same as in the general tube, where only a small portion catches fire before the ball is driven out. This last argument shows not only the cause of the greater recoil, but even proving that the powder does not kindle all at once, but that there is commonly only a very small portion of the powder ignited before the ball is driven out of the cannon. For these reasons, the above mentioned opinion of Prof. Dan. Bernoulli, the longer for each, the more likely that the elastic matter produced from the powder in the first moment have an expansion force, which is almost 10,000 times greater than the pressure of the atmosphere, notwithstanding our author indicating the same only to be 1000 times greater.

PREMIERE REMARQUE.

L'auteur détermine ici la vîtesse avec laquelle un boulet est chaffé d'une piece de canon, & il emploie à cet effet une méthode purement géométrique, en faveur, sans doute, de ceux à qui les nouveaux calculs ne sont pas familiers. Mais pour ceux de nos Lecteurs qua connoissent l'usage des formules algébriques, nous allons donner une solution analytique du même problême : cette méthode est plus simple , plus claire, & nous sera d'une grande uillité dans nos recherches ultérieures.

Soit donc, 1°. la longueur AB de l'ame du canon $= a$
2°. La longueur de l'espace $\mathrm{AF} = b$ *;* soit que la poudre remplisse entiérement cet espace, ou quelle n'en occupe qu'une partie.
3°. Le diametre du boulet $= c$ *;*
4°. La pesanteur spécifique du boulet $= n$;
celle de l'eau étant exprimée par 1.
5°. Soit enfin l'élasticité de la poudre dans l'espace AF, au premier instant de l'inflammation *m* fois plus grande que l'élasticité de l'air. On aura donc $m = 1000$, selon notre Auteur; lorsque toute la capacité AF est remplie de poudre ; mais si elle n'en occupe partie, il faudra que la valeur de *m* soit diminuée proportionnellement.

Supposons maintenant que le boulet soit arrivé en M, que $\mathrm{FM} = x$, & que la vîtesse du boulet au point M soit égale à celle qu'il auroit aequise en tombant librement d'une hauteur $= v$. Cette hauteur une fois connue, il sera facile d'en conclure la véritable vîtesse du boulet: il n'y aura qu'à réduire la hauteur, en milliemes du pied de Rhin, en extraire la racine quarrée & la multiplier par 250 ; le produit sera le nombre de ces milliemes partes que la vitesse du boulet lui fera parcourir en une seconde.

Puisque la presson de la poudre en M est às sa pression en F, comme AF est à AM, c'est à dire, comme *b* est à $b + x$; la pression de la poudre en M sera à la pression de l'athmosphere comme $\frac{mb}{b+x}$ est à 1. Si l'on suppose donc que la pression de l'athmosphere soit équivalente au poids d'une colonne d'eau de 32 pieds de hauteur, la force qui pousse le boulet au point M, sera égale au poids d'une colonne d'eau dont la hauteur seroit $\frac{32mb}{b+x}$: pieds. La densité de la matiere du boulet étant à celle de l'eau comme *n* est à 1, le poids du boulet est égal au poids d'un cylindre d'eau de même diametre , & qui auroit $\frac{2}{3}nc$ pour hauteur. Donc la force qui agit sur le boulet en M est au poids de ce boulet , comme $\frac{32mb}{b+x}$ est à $\frac{2}{3}nc$, ou comme $\frac{48mb}{nc(b+x)}$ à 1. On aura donc, par les principes de Méchanique, l equation $dv = \frac{48mb}{nc(b+x)}dx$,dont l'intégrale est $v = \frac{48mb}{nc} l\frac{b+x}{b}$; où $l\frac{b+x}{b}$ représente le logarithme hyperbolique de la fraction $\frac{b+x}{b}$. Or, lâ logarithmes hyperboliques se déduisent des logarithmes ordinaires des tables, en multipliant ceux-ci par 2,302585, ou en les divisant par 0,43419448. Maintenant, si l'on fait $x = \text{FB}$, & par consequent $b + x = \text{AB} = a$, on trouvera la hauteur, d'où un corps dort tomber pour acquérir la vîtesse avec laquelle le boulet est chassé hors du canon, savoir: $v = \frac{48mb}{nc} l\frac{a}{b}$ pieds. Si l'on veut se servir des logarithmes ordinaires, il faudra les multiplier par 2,302585 ; de maniere que si $l\frac{a}{b}$ représente le logarithme ordinaire de $\frac{a}{b}$, on aura , $v = \frac{110,52408mb}{nc} l\frac{a}{b}$ pieds, lesquels étant réduits a milliemes donnent $v = \frac{110524,08mb}{nc} l\frac{a}{b}$; le boulet aura donc une vîtesse par seconde exprimée par $v = 250\sqrt{\frac{110524,08mb}{nc} l\frac{a}{b}}$ milliemes de pieds, ou par $v = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{110524,08mb}{nc} l\frac{a}{b}}$ pieds, ou enfin par $\sqrt{\frac{6907\frac{3}{4}mb}{nc} l\frac{a}{b}}$ pieds de Rhin.

Dans cette expression, la valeur de *m* est 1000, quand la charge remplit toute la capacité AF; mais si elle n'en occupe qu'une partie dont la longueur soit $= f$, alors on aura $m = \frac{1000f}{b}$, & la vitesse du boulet sera de $\sqrt{\frac{6907\frac{3}{4}mb}{nc} l\frac{a}{b}}$ pieds par seconde.

Ainsi le quarré de la vitesse avec laquelle le boulet sort du canon est directement comme le logarithme de $\frac{a}{b}$ ou $\frac{AB}{AF}$, & comme la longueur *f* de l'espace qu'occupe la poudre, & réciproquement comme le diametre *c* du boulet & sa densité *n*. L'Auteur s' est donc trompé en mettant de plus la longueur $\text{AF} = b$ au nombre des quantités qui entrent dans l'expression de la vitesse.

Voyons maintenant, en prenant l'exemple de l'Auteur, avec quelle vîtesse une balle de plomb est chassée hors d'un fusil :

On a $a = 45$ pouces, $f = b = 2\frac{5}{8}$ pouces; $c = \frac{3}{4}$ de pouce, $n = 11,345$, parce que la balle est de plomb:

Donc $\frac{a}{b} = \frac{120}{7}$, $l\frac{a}{b} = 1,2340832$, $\frac{f}{c} = \frac{7}{2}$ et $\frac{f}{nc} = \frac{7}{22,69}$, on aura donc

$$l\frac{f}{nc} = 9,4892635.$$

Si nous calculons notre formule par les logarithmes, nous aurons :

$$l1,2340832 = 0,0913445,$$
$$l\frac{7}{22,69} = 9,4892635.$$
$$l6907750 = \underline{6,8393366}$$
$$6,4199446$$

dont la moitié est 3,2099723,

qui est le logarithme de 1621,7 : donc la vîtesse du boulet est de 1611,7 pieds rhénans par seconde. Ce nombre ne differe de celui que l'Auteur a trouvé , que parce que le pied de Londres, dont il s' est servi, est moindre que le pied de Rhin; & que je n'ai pris que 32 pieds pour la hauteur de la colonne d'eau égale au poids de l'athmosphere; au lieu qu'il l'avoit supposée de 33 pieds.

SECONDE REMARQUE.

On a négligé dans cette solution plusiers circonstances qui, quoique peu importantes chacune en particulier, peuvent néanmoins par leur concours diminuer la vîtesse qu'on vient de trouver. On voit d'abord que la formule qui exprime cette vîtesse, n'est point applicable ã tous les cas ; car il s'ensuivroit que le boulet recevroit une vitesse d'autant plus grande, que le canon seroit plus long, ce qui ne s'accorde point avec l'expérience, puisqu'on sait qu'une piece trop longue a moins de portée qu'une plus courte. Il est donc nécessaire d'avoir égard à ces diverses circonstances, & de connoître leur influence sur la vîtesse du boulet.

Le poids ou la pression de l'athmosphere est le premier obstacle qui se présente, & que l'on a négligé dans le calcul; car tant que le boulet se meut dans l'ame de la piece, il est continuellement repoussé par l'air extérieur. La pression de l'athmosphere est, comme nous avons déjà vu, égale au poids d'une colonne d'eau de 32 pieds de hauteur; & comme le boulet pese autant qu'une colonne d'eau dont la hauteur seroit $\frac{2}{3}nc$, la résistance de l'athmosphere au movement du boulet sera au poids du boulet, comme

32 est $\frac{2}{3}nc : : \frac{48}{nc} : 1$, ce qui donne cette équation:

$$dv = \frac{48mb}{nc(b+x)}dx - \frac{48dx}{nc}.$$

d'où l'on tire

$$v = \frac{48mb}{nc} l \frac{b+x}{b} - \frac{48x}{nc};$$

& si l'on fait $x = BF = a-b$, pour avoir la vîtesse du boulet au moment qu'il sort du canon, on aura

$$v = \frac{48mb}{nc} l \frac{a}{b} - \frac{48(a-b)}{nc}$$

pieds.

En second lieu , la résistance de l'air , donct on aussi fait abstraction, est un autre obstacle au mouvement du boulet, mais dont l'influence dans le court espace FB, doit se réduire à bien peu de chose. Néanmoins, pour y avoir égard, on remarquera que si le boulet présentoit en avant une surface plane, la résistance de l'air seroit égale au poids de la colonne d'air dont la hauteur $= v$, ou au poids d'une colonne d'eau dont la haateur $= \frac{v}{864}$, en supposant que l'eau ett 864 fois plus pesante que l'air. Mais à cause de la fricité du boulet , cette résistance n' est què moitié aussi grande ; elle est , par conséquent , égale à une colonne d'eau d'une hauteur $= \frac{v}{1728}$. Elle est donc au poids du boulet comme $\frac{v}{1728}$ est à $\frac{2}{3}nc$, ou comme $\frac{v}{1152nc}$ est à 1. On a donc

$$dv = \frac{48mbdx}{nc(b+x)} - \frac{48dx}{nc} - \frac{vdx}{1152nc}$$

Pour trouver l'intégrale de cette équation ; on supposera *e* pour fe nombre dont le logarithme hyperbolique est 1, ou *e*= 1,718281828, & l'on multipliera cette équation différentielle par $e^{x:1152nc}$; ou bien, en supposant $1152nc = g$, par $e^{x:g}$, on aura ,

$$e^{x:g}\left(dv + \frac{vdx}{g}\right) = \frac{48mbe^{x:g}dx}{nc(b+x)} - \frac{48e^{x:g}dx}{nc},$$

dont l'intégrale est

$$e^{x:g}v = \frac{48mb}{nc}\int \frac{e^{x:g}dx}{b+x} - \frac{48g}{nc}\left(e^{x:g} - 1\right)$$

ou

$$v=\frac{48mb}{nc}e^{-x:g}\int\frac{e^{x:g}dx}{b+x}-\frac{48g}{nc}\left(1-e^{-x:g}\right).$$

Maintenant, puisque la fraction $\frac{x}{g}$ a une très petite valeur, on aura, à peu près

$$e^{x:g}=1+\frac{x}{g}+\frac{xx}{2gg}\ \ \&\ \ e^{-x:g}=1-\frac{x}{g}+\frac{xx}{2gg}$$

donc

$$\int\frac{e^{x:g}dx}{b+x}=\int\frac{dx}{b+x}+\int\frac{xdx}{b+x}+\int\frac{xxdx}{2gg(b+x)}$$
$$=l\frac{b+x}{b}+\frac{x}{g}-\frac{b}{g}l\frac{b+x}{b}+\frac{xx}{4gg}-\frac{bx}{2gg}+\frac{bb}{2gg}l\frac{b+x}{b},$$

d'où l'on tire

$$v=\frac{48mb}{nc}\left(\left(1-\frac{b+x}{g}+\frac{(b+x)^2}{2gg}\right)l\frac{b+x}{g}+\frac{x}{g}-\frac{bx}{2gg}-\frac{3xx}{4gg}\right)-\frac{48x}{nc}\left(1-\frac{x}{2g}\right).$$

Mainteaant si, pour connoître la vîtesse du boulet au sortir du canon, on sait $x=a-b$ on aura ,

$$v=\frac{48mb}{nc}\left(1-\frac{a}{g}+\frac{aa}{2gg}\right)l\frac{a}{b}1+\frac{48mb(a-b)}{ncg}\left(1-\frac{3a-b}{4g}\right)$$
$$-\frac{48(a-b)}{nc}\left(1-\frac{a-b}{2g}\right),$$

& si l'on néglige les termes dont la valeur n'est point sensible, on aura

$$v=\frac{48mb}{nc}(1-\frac{a}{g})l\frac{a}{b}+\frac{48mb(a-b)}{ncg}-\frac{48(a-b)}{nc}\ \text{pieds.}$$

De là on pourra calculer la diminution de vîtesse occasionnée par la pression de l'athmosphere, & la résistance de l'air. Dans le même exemple , on a

$$a=45,\quad b=2\tfrac{5}{8},\quad c=\tfrac{3}{4},\quad n=11,345,\quad nc=8,509,\quad m=-1000,$$
$$g=1152nc=\ 9802,37,\quad 48mb=126000\ \text{ et } 48mb=14808nc.$$

Le logarithme ordinaire de $\frac{a}{b}$ est 1,2340832, lequel étant multiplié par 2,302585, donne $=-2,8415816$ pour le logarithme hyperbolique de $\frac{a}{b}$. On aura donc:

$$\frac{48mb}{nc}l\frac{a}{b} = \quad 42078,1$$
$$\frac{48mb}{nc}\frac{a}{g}l\frac{a}{b} = \quad \underline{193,1}$$
$$41885,0$$

$$\frac{48mb(a-b)}{ncg} = \quad 64,014$$
$$\frac{48(a-b)}{nc} = \quad \underline{239,04}$$

ce qui donne $v = 41646$ pieds.

Ce nombre réduit en milliem donne 41646000, donc la racine quarrée ea 6453; prenant le quart on aura 1613 pieds pour la vîtesse du boulet par seconde; mais nous avons trouvé plus haut une vîtesse de 1621,7 pieds, il est donc clair que ces deux circonstances ne sont qu'un effet d'environ 8 pieds, & qu'elles ont pu être négligées par l'Auteur sans qu'il en résultat d'erreur sensiblc.

TROISIEME REMARQUE

Outre la pression & la résistance de l'air, il y a deux autres causes qui tendent à diminuer la vîtesse du boulet, quand même nous admettrions avec l'Auteur l'nstantanéité de l'inflammation de la poudre : opinion qui souffre plusieurs objections que nous rapporterons dans la suite. Ces deur causes paroissent avoir une trop grande influence sur le mouvement du boulet, pour qu'on puisse se dispenser d'*y* avoir égard. La premiere est le frottement du boulet contre les parois intérieures du canon, par lequel son movement doit être retardé. On ne peut douter être ce frottement ne soit très-considérable dans les mousquets & les carabines, où la balle est chassée de force ; en le supposant égal au poids de la balle , il faudroit diminuer la hauteur trouvée *v* de la quantité $\mathrm{FB} = a-b$, quantité trop petite en comparaison de la très grande valeur de *v* pour que l'effet en soit sensible; & quand bien même le frottement vaudroit 100 fois le poids de la balle, la quantité $100(a-b)$ seroit encore assez petite pour pouvoir être néligée vis-à-vis de la hauteur *v*. Dans les canons, le frottement est beaucoup moins considérable à cause du vent du boulet sa force n'égale pas même la pesanteur du boulet. Quoiqu'il en soit, il est à présumer que le frottement; ou toute autre cause semblable doit sensiblement altérer le mouvement du boulet dans l'ame du canon : car puisqu'à l'exception du frottement le boulet rencontre hors de la piece tous les obstacles qui s'opposent à son mouvement dans le canon ; une trop grande longueur de canon pourroit ne point nuire au mouvement du boulet, quoiqu'on soit bien für du contraire, si le boulet ne rencontrait point au dedans du canon, une résistance qui ne ne trouve pas au dehors. Que cette résistance provienne du frottement ou d'une autre cause, il faudroit qu'elle fût bien considérable pour contrebalancer dans un canon trop long, la force accélératrice de la poudre. On ne peut rien décider à ce sujet avant q'on ait fait des expériences propres à déterminer la longueur la plus avantageuse des armes à feu. Il y a toute apparence que l'économie & la facilité des manoeuvres ont plus de part à celle qu'on leur donne actuellement, que la considération des causes qui peuvent accélérer ou retarder le mouvement du boulet, & que si l'on ne fait pas les pieces plus longues, c' est que le surcroit de vîtesse qui en résulteroit, ne dédommagerait point des inconvéniçns attachés à une plus grande longueur. Car supposons que le fusil de l'exemple précédent ait 50 pouces de longueur au lieu de 45*;* on aura $\frac{a}{b}=\frac{50}{2,625}$ au lieu de $\frac{45}{2,625}$, ce qui donne $l\frac{a}{b}=1,2798407$ à la place de 1,2340832. On trouvera donc, abstraction faire des résistances, une augmentation de $\frac{37}{1000}$ pour le quarré de la vîtesse ; &: pour la vîtesse elle même une augmentation de $\frac{18}{1000}$ ou $\frac{1}{55}$. Or, ce n'est pas la peine, pour une aussi petate différence, d'alonger un fulfil de 5 pouces. Nous ne croyons done pas nous écarter sensiblement de la vérité, si nous faisons abstraction du frottement du boulet centre les parois intérieures du canon.

La seconde cause dont nous voulons parler; a une bien plus grande influence sur le mouvement du boulet. Elle consiste en ce que, pendant que le boulet parcourt la longeur de l'ame du canon , le fluide élastique s'échappe non-seulelment par la lumiere, mais encore par le vent du boulet, ce qui doit diminuer d'autant l'élasticité de celui qui reste dans le canon & comme ce fluide, à cause de sa prodigieus êlasticité, s'élance par ces ouvertares avec beaucoup plus de vîtesse que le boulet n'en pourroit jamais recevoir ; il en résulte une diminution très-sensible dans la force impulsive, & par conséquent dans le boulet une vîtesse moindre que ne l'a donnée le calcul precedent ; Pour évaluer l'effet de cette diminution , il faudroit connoître la vîtesse avec laquelle l'air comprimé dans le canon s'élance par la lumiere & par le vent du boulet ; c' est une recherche que nous aurons occasion de faire par la suite. En attendant, nous pouvons conclure d'un calcul fait à ce sujet par M. Daniël Bernoulli, dans son Hydrodynamique, pag. 241, qu'en faisant abstraction de cette diminution de force, il a fallu que ce savant Géometre supposât l'élasticité de l'air renfermé dans la poudre 6004 fois plus grande que la pression de l'athmosphere ; au lieu qu'en y ayant égard, il a été obligé de l'admettre 10000 fois plus grande que la même pression. Quoique M. Robins n'ait point parlé des principes, qui servent à déterminer la vîtesse de cet air échappé ; il est certain qu'il en doit résulter un changement notable dans la détermination de la vîtesse du boulet. Si l'on voit donc dans la fuite, que l'expérience s'accorde avec le calcul, ce sera une marque évidente, que l'on n'a pas supposé la force élastique de la poudre, au moment de l'inflammation, à beaucoup près aussi grande qu'elle l' est effectivement, & que cette force est par conséquent beaucoup plus que 1000 fois aussi grande que la pression de l'athmosphere.

QUARTIEME REMARQUE.

Ce ne sont point là les seules causes capables de diminuer la vîtesse trouvée par le calcul: nous pouvons en ajouter trois nouvelles aux quatre qu'on a déjà rapportées. Premiérement, lorsque le fluide élastique est actuellement dans un état d'expansion, toutes Ces parties doivent se mouvoir en avant, & cela avec d'autant plus de vîtesse, qu'elles sont plus éloignées du fond â de l'ame. Car les parties les plus avancées qui touchent le boulet, ont la même vîtesse que le boulet, & celles qui sont plus près da fond en ont une moindre. Et comme le mouvement des premieres s'accélere de plus en plus, il faut que la vîtesse des autres augmente selon la même proportion. Mais chaque partie de ce fluide élastique est poussée en avant par l'air postérieur , & en arriere par l'air antérieur, il faut donc nécessairement que la premiere pression soit plus forte que l'autre, puisqu'autrement la vîtesse des parties antérieures n'augmenteroit pas. Il fuit de là, que l'élasticié du fluide derriere le boulet, n'est point uniforme dans tout l'espace qu'il occupe ; qu'elle est plus grande vers le fond de l'ame , que proche le boulet, & que par conséquent le boulet est chassé par une force moindre qu'on ne l'a supposée dans le calcul, puifqu'on a fuppofê que çette force élastique est uriiformément répandue dans tout l'espace que le fluide de la poudre occupe derriere le boulet. Cette différence est d'autant plus grande, que ce fluide a une plus grande densité ; mais comme cette densité ne peut jamais être bien considérable, nous accorderons volontiers qu'il n'en doit pas résulter une diminution sensible dans la vîtesse du boulet.

Par la même raison, la seconde cause, dont nous avons à parler, n'est pas plus efficace. On a supposé, dans la solution de notre problême, que toute la force de la poudre n'étoit employée qu'à chasser le boulet : mais comme toutes les parties de la poudre, & du fluide qu'elle produit, doivent elles-mêmes être mises en mouvement, il faut nécessairement qu'une petite partie de cette force y soit employée , & que celle qui agit sur le boulet soit diminuée d'autant, ainsi que le mouvement du boulet. Ces deux causes partent de la même source; de l'inertie ou matérialité du fluide de la poudre ; & si la premiere peut être soumise au calcul, l'autre s'y trouvera aussi comprit. L'on ne peut cependant se former une idée plus juste de leurs effets , qu'en les considérant sous les deux points de vue que nous venons de les présenter. Heureusement que ces effets ne sont pas bien sensibles, car il seroit difficile, & peut-être impossible , de les déterminer par les principes connus de méchanique; il faudroit pour cela employer des équations différentielles tellement compliquées , qu'on ne pourroit ni les résoudre, ni en tirer des consequences satisfaisantes.

La troisieme cause est précisement ce second principe, que 1' Auteur a admis comme vrai , & qu'il croit avoir pleinement démontré ; savoir , que toute la poudre s'enflamme dans un instant indivisible: il y a nombre d'objections à faire, & contre le principe, & contre les preuves que l'Auteur en donne. La premiere de ces preuves est fondée sur l'intensité de la chaleur de la flamme, & sur la prodigieuse vîtesse avec laquelle elle traverse toute la charge de poudre. Mais n' est-ce pas là précisément ce qui est en question ? Et ne s'agit-il pas de favoir avant tout, si , dans le premier instant, il s'enflamme assez de poudre, pour que la flamme puisse aussi-tôt gagner tous les grains? D'ailleurs, puisque cette communication se fait par le mouvement, elle ne peut être que successive, & la question ne doit plus rouler que sur le plus ou le moins de temps que le feu met se transmettre d'un bout de la charge à l'autre. Il est vrai que ce temps est très-court & personne n'en disconvient ; mais il n'est pas moins vrai que le boulet parcoûrt le canon si rapidement, que la plus petite partie du temps peut faire un objet considérable. Le boulet met ordinairment un ceritieme de seconde â parcourir l'ame du canon, s'i1 en faut autant pour l'entiere inflammation de la poudre ; le boulet sera déjâ parvenu â la bouche du canon, quand les derniers grains s'allumeront, & la force impulsive de la poudre sera sensiblement diminuée. Si l'on veut, selon l'opinion de M. Robins ; que l'inflammation totale se fasse encore plus promptement; par exémple, en $\frac{1}{200}$ ou même $\frac{1}{1000}$ de seconde ; ce qui est â peine croyable; sur-tout dans les grandes charges, il en résulteroit toujous un effet sensible. Que la poudre enflame aussi facilement qu'on le voudra ; encore faut-il du temps pour cela, & ce temps est plus ou moins long, selon les différentes qualités de la poudre; aussi, de l'aveu meme de l'Auteur, a-t-on préféré la poudre grenée au pulverin ; parce qu'elle s'enflamme plus promptement. Et comme il faut un temps tres sensible pour que le feu mis â un endroit d'une quantité de pulvérin ; se communiqae â tout le reste, le seul avantage de la poudré grenée consiste en ce que son inflammation s'achevre en moins de temps; mais si court que ce temps puisse être supposé ; il suffira toujours pour produirê un changement sensible dans la force impulsive. Nous avons dit plus haut que le boulet met $\frac{1}{100}$ de seconde â parcourir la longueur da canon; mais ce temps est encore trop long ; suivant les expériences que M. Robins a fait ; pour déterminer la vîtesse réelle d'une balle. Il trouve que cette vîtesse est de 1500 â 2000 pieds par seconde; & c'est dans le canon même au fusil ; dont la longeur étoit d'environ $3\frac{1}{2}$ pieds ; que cette vîtesse a été communiqué a la balle. Si elle l'a eue toute entire au entiere au premier instant de son mouvement, elle n'a du rester dans le canon que $\frac{3\frac{1}{2}}{1500}$ ou $\frac{3\frac{1}{2}}{2000}$ sec., c'est-à-dire, en preant un milieu $\frac{1}{500}$ de seconde. Et si le mouvement dela balle dans le canon a été uniformément accéléré , ce temps aura été double;.c'est-à-dire, de $\frac{1}{250}$ de seconde. Mais l'impulsion étant d'abord très-forte , & diminuant ensuite à mesure que la balle avance, il faut que le vrai temps soit plus court que $\frac{1}{250}$" & plus long que $\frac{1}{500}$", & par consequent d'environ $\frac{1}{375}$ de seconde. Or cet instant est si court, qu'il n' est pas possible de concevoir que l'entiere inflamation de la poudre puisse s'achever en moins de temps. On est donc d'autant moins fondé à négliger cette circonstance.

Ce que I'Auteur dit ensuite, qae les grains de poudre ; qui sortent souvent su canon sans avoir pris feu, ont échappé au refouloir & n'ont point été raffemblés derrere le boulet, ne prouve pas mieux en faveur de son opinion. Car supposé même que toute la poudre ait pris feu, avant que le boulet soit hors du canon , & que les grains que l'on trouve souvent intacts, n'aient point été derriere le boulet, il ne s'enfuit pas pour cela que le temps de l'entiere inflammation puisse être regardé comme nul , en égard au temps que le boulet met à parcourir le canon. Ne peut-on pas dire aussi qu'une bonne partie de la poudre ne s'enflamme qu'au dehors du canon , & que par conséquent, quoiqu'enflammée, elle ne concourt point avec le reste à l'impulsion du boulet? Ceci paroît d'autant plus vraisemblable, que l'activité de la flamme hors du canon, est encore assez considérable , pour allumer des grains qui, poussés trop vivement dans le canon, n'auront pas eu le temps d'y prendre feu. D'ailleurs, l'Auteur convient luî-même , qu'il a trouvé dans la poudre des grains qui resistant plus long-temps que les autres à l'action du feu. Or, puisque ce temps a pu être observe, il a été sensible & sûrement plus long que $\frac{1}{100}$ de seconde. S'il se trouve donc de tels grains dans la poudre, à plus forte raison doit-il y en avoir un plus grand nombre auquel il faut $\frac{1}{300}$ de seconde pour s'enflammer. D'où l'on voit que les preuves de l'Auteur sont bien plus contraires que favorables à son opinion sur la durée de l'inflammation de la poudre.

Ce que l'Auteur dit de plus fort pour justifier ses principes, c' est la parfaite conformité qui se trouve entre l'expérience & les résultats de son calcul. Mais nous avons déjà fait voir que, dans ce calcul , on n'a point considéré plusiers circonstances, dont quelques-unes ne laissent pas de produire du changement ; de forte que ce n'est pas sans beaucoup d'adresse qu'on ea parvenu à cet accord singulier du calcul avec l'expérience. En effet, puisqu'on n'a pas fait attention à ce que la force impulsive perd par la lumiere & le vent du boulet, d'où résulte pourtant déjà une différence entre la théorie & l'expérience ; il est possible qu'en supposant l'inflammation de la poudre instantanée, on ait fait disparoitre cette différence : car la diminution de la force de la poudre ne vient pas de la seule rarefaction du fluide élastique, comme l'a suppose dans le calcul, la perte qui se fait par la lumeriere & le vent du boulet y a aussi beaucoup de part & la rend plus consiberable qu'on ne l'a supposée dans la théorie. Maintenant si la poudre s'enflamme succesive ment, la force accélératrice recevra des accroissemens continuels, ce qui pourra compenser cette perte, de manière qu'on trouvera encore, dans la diminution de la force impulsive, la même proportion qu'on a supposée dans la théorie. En s'y prenant ainsi, on pourroit toujours, sans avoir égard aux circonstances dont on vient de parler, faire accorder cette théorie avec l'expérience, en supposant une force d'autant plus grande à la poudre qui s'enflamme la premiere au premier instant. Car si une partie de la poudre, celle qui s'enflamme la premiere, a assez de force pour produire le meme effet, que doit produire toute la charge suivant la théorie ; if faudra que la force élastique de cette partie soit precisêment aussi grande, que celle qu'on attribute à la charge entriere. Supposant donc la force élastique de l'air naturel exprimée par l'unité, il faudra que la force êlastique du fluid, produit par l'inflammation de la poudre, soit autant de fois plus grande que 1000, que la partie enflammée dans le premier instant et moindre que la charge entiere. La théorie de l'Auteur né peut done s'accorder avec l'expérience que dans le cas où l'accroissement de la foree accéleratrice, résultant de l'inflammation successive, sera componse par la diminution qu'occasionne la perte qui se fait par la lumiere & le vent du boulet; compensation qui peut s'être recontrée dans l'espece de poudre dont l'Auteur s' est servi. Mais cela même détruit le premier principe de l'Auteur, par lequel il attribue à la poudre une force 1000 fois plus grande que la pression de l'athmosphere ; l'accord aveç l'expérience suppose cette force beaucoup plus considérable. Et s'il ne se fonde pareillement que sur cet accord, pour établir 1'instantanéité de l'inflammation de la poudre, son opinion, bien loin d'être confirmée par-là , se trouve au contraire totalement renversée.

Mais pour ne point opposer de simples raisonnemens aux expériences de l'Auteur, je vais aussi en rapporter quelques-unes qui prouvent incontestablement, que l'entiere inflammation de la poudre ne s'acheve point dans un feul instant. Je citerai pour cela des épreuves faites à Pétesbourg en 1728 par le Genéral Gunther, & auxquelles j'assistai avec plusieurs autres Académiciens : on se servit d'une piece de canon longue de $7\frac{7}{10}$ pieds anglois, & on la tira verticalement avec différentes charges. On observa à chaque coup, par le moyen d'un pendule, combine le boulet mettoit de temps retomber à terre; de là M. Bernoulli calcula la vitesse avec laquelle le boulet avoit été chaffé hors du canon. Il est vrai qu'il a employé pour cela la théorie Newtonniene sur la résistance de l'air; mais cette consideration ne fàit rien à notre objet actuel. Il trouve donc que le boulet chaffé successivement avec les charges de 1once, de 4 onces & de 8 onces, seroit monté, dans un espaçe vuide d'air, à des hauteurs de 541, 13694, 58750 pieds. On raccourcit ensuitc ce canon de $1\frac{7}{10}$ pieds, pour le réduire à la longueur de 6 pieds; on le tira encore verticalement avec les mêmes charges , & l'on trouva que, dans le vuide , le boulet feroit monté à 274, 2404 & 6604 pieds de hauteur. D'où l'on voit que la charge de 8 onces a fait monter le boulet environ 9 fois plus haut avec le canon entier qu'avec le canon raccourci, & qu'avec la vîtesse dans le premier cas, a été à peu près trois fois aussi grande que dans le second. Néanmoins cette différence n'auroit presque pas dû être sensible, suivant la théorie de M. Robins. ll est donc clair, qu'avant d'avoir raccourci la piece, la plus grande partie de la poudre n'a dû s'enflammer que dans le temps que le boulet parcouroit la portion retranchée du canon. La même conséquence se tire aussi des deux petites charges, quoiqu'avec une moindre différence; d'où il fuit encore que plus une charge de poudre est grande, plus il faut de temps pour son entiere inflammation : ce qui paroît assez évadent de soimême.

Les fusils carabinés qui, comme on sait, portent beaucoup plus loin que les autres, fournissent encore une preuve bien fortè de l'inflammation successive de la poudre. Car si toute la poudre d'une charge s'allumoit à la fois , les carabines porteroient beaucoup moins loin que les fusils ordinaires. Que l'on réfléchisse seulement à la grande résistance qu'une balle rencontre dans un canon carabidé, sans compter le mouvement de rotation qu'elle y reçoit, & auquel une partie de la force impulsive est employée, il ne restera pas le moindre doute à cet égard. Malgré ces obstacles, la balle reçoit beacoup plus de vîtesse dans une carabine que dans un fusil ordinaire, toutes les autres circonstances étant les mêmes. Il doit donc se trouver nécessairement dans une carabine, une force beaucoup plus considérable que dans un fusil ordinaire; qui puisse, non-seulement vaincre tous les obftacles qui s'y rencontrent, mais de plus imprimer à la balle un mouvement plus rapide. Or, cette force provient uniquement de la poudre, & comme la charge est la même pour les deux especes de fusil ; la cause de cette différence. ne peut venir que de ce que, dans la carabines, toute la charge, ou au moins l'a plus grande partie, est enflammée avant que la balle soit sortie; au lieu qu'il n'y en a qu'une très-petite partie dans les fusils ordinaires. Ce dernier raisonnement paroît donner encore plus de poids à la chose, en démontrant non-seulement que la poudre ne s'enflamme pas toute à la fois, mais encore , qu'il ne s'en enflamme qu'une très-petite portion , avant le départ du mobile. Tout ceci donne aussi plus de vraisemblance à l'opinion de M. Bernoulli, que le fluide élastique produit par la poudre,a, au premier instant de l'inflammation, une force expansive près de 10000 fois plus grande que le poids de l'athmosphere, quoique notre Auteur ne l'admette que 1000 fois plus grande

ERSTE ANMERKUNG

Der Autor hat die Geschwindigkeit, womit eine Kugel aus einem Stück heraus getrieben wird, allhier auf eine geometrische Art bestimmet, damit auch solche Leute, welche in der Algeber nicht bewandert sind, dieselbe verstehen können: für diejenigen aber, welche die algebraischen Formuln zu gebrauchen wissen, wird ohne Zweifel auch eine solche Solution deutlicher seyn. Um also sowohl diesen ein Genügen zu leisten, als den Grund zu andern Untersuchungen zu legen, so wollen wir hier eben dieses Problema algebraisch solviren.
1. Es sey also die ganze Länge des Stückes $AB = a$.
2. Die Länge des Raums $\mathrm{AF} = b$, welchen wir entweder ganz oder nur zum Theil mit Pulver angefüllt setzen.
3. Der Diameter der Kugel sey $= c$.
4. Sey die Materie, woraus die Kugel besteht, *n* mahl dichter oder schwehrer, als das Wasser.
5. Sey die Elasticität des Pulvers im Raum *AF* im ersten Augenblicke nach der Entzündung *m* mahl grösser, als die Elasticität der Luft. Wenn also der ganze Raum *AF* mit Pulver angefüllt ist, so wird nach dem Autore seyn $m = 1000$; ist aber nur ein Theil desselben mit Pulver angefüllt, so muß der Werth von *m* auch um so viel kleiner angenommen werden. Lasst uns nun setzen, die Kugel sey schon biß in *M* fortgetrieben worden, und nennen den Weg FM = x. Ferner sey die Geschwindigkeit der Kugel in *M* gleich derjenigen, welche ein Cörper, so aus einer Höhe = *v* frey herunter fällt, erhält. Denn wenn diese Höhe *v* bekannt ist, so ist auch leicht die wahre Geschwindigkeit der Kugel anzuzeigen. Man drucke nehmlich diese Höhe *v* in tausendsten Theilen eines Rheinländischen Schuhes aus, und suche aus der Zahl dieser Theile die Quadrat-Wurzel, solche multiplicire man mit 250, so weiset das Product, wie viel solche tausendste Theile eines Schuhes von der Kugel in einer Secunde zurück gelegt werden würden, wann dieselbe einerlei Geschwindigkeit behalten sollte.

Weil sich nun der Druck des Pulvers in *M* zu dem in *F* verhalten wird, wie *AF* zu *.AlVI*, das ist wie *b* zu $b + x$, so wird der Druck in *M* sich zum Druck der Athmosphäre verhalten, wie $\frac{mb}{b+x}$ zu 1. Wenn wir nun annehmen, daß der Druck der Athmosphäre einer Wasser-Säule, so 32 Schuh hoch, gleiche, so ist es eben so viel, als wenn die Kugel von dem Gewicht einer Wasser-Säule, so 32 Schuh hoch ist, fortgetrieben würde. Wann aber die Kugel selbst von Wasser wäre, so würde sie einem gleich dicken Cylinder, dessen Höhe $= \frac{2}{3}c$, gleichen, folglich da dieselbe *n* mahl schwehrer als Wasser gesetzt wird, so wird ihr Gewicht einer Wasser-Säule, welcher Höhe $= \frac{2}{3}nc$, gleich seyn. Dahero wird sich die forttreibende Gewalt zum Gewicht der Kugel verhalten, wie $\frac{32mb}{b+x}$ zu $\frac{2}{3}nc$ oder wie $\frac{48mb}{nc(b+x)}$ zu 1. Aus den Grundsätzen der Mechanic wird man also diese Äquation ziehen:

$$dv = \frac{48mb}{nc(b+x)}dx\,,$$

deren Integrale seyn wird

$$v = \frac{48mb}{nc}l\frac{b+x}{b}$$

wo $l\frac{b+x}{b}$ den Logarithmum hyperbolicum von dem Bruch $\frac{b+x}{b}$ andeutet. Es entstehen aber die Logarithmi hyperbolici aus den gemeinen, welche man in den Tabulis findet, wenn man diese entweder durch 2,302585 multiplicirt, oder durch 0,43429448 dividirt. Lasst uns nun $x = FB$, und also $b+x = AB = a$ setzen, so finden wir die Höhe, aus welcher ein fallender Cörper eben diejenige Geschwindigkeit bekömmt, mit welcher die Kugel zum Stück hinaus getrieben wird, nehmlich

$$v = \frac{48mb}{nc}l\frac{a}{b}$$

welche in Schuhen ausgedrückt wird. Will man aber sich der in den gewöhnlichen Tabulis befindlichen Logarithmorum bedienen, so muß man dieselben erst mit 2,302585 multipliciren; wenn also $l\frac{a}{b}$ den gemeinen Logarithmum von $\frac{a}{b}$ andeuten soll, so wird Schuh, folglich in tausendsten Theilen eines Rheinländischen Schuhes

$$v = \frac{110,52408mb}{nc}l\frac{a}{b}$$

dahero wird die Kugel eine solche Geschwindigkeit erhalten, womit sie in einer secune einen Weg von $v = 250\sqrt{\frac{110524,08mb}{nc}l\frac{a}{b}}$ tausendsten Theilen eines Schuhes, oder von $v = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{110524,08mb}{nc}l\frac{a}{b}}$. Schuhen das ist von $\sqrt{\frac{6907\frac{3}{4}mb}{nc}l\frac{a}{b}}$ Rheinlandischen Schuhen durchlauffen kann.

Hier ist nun $m = 1000$, wenn der ganze hintere Raum $AF = b$ mit Pulver angefüllt ist; sollte aber nur ein Theil desselben, dessen Länge wir $= f$ setzen wollen, mit Pulver angefüllt seyn, so wird $m=\frac{1000f}{b}$, folglich wird die Bewegung der Kugel in einer Sekunde $\sqrt{\frac{6907\frac{3}{4}mb}{nc}l\frac{a}{b}}$ Schuh austragen.

Also ist das Quadrat der Geschwindigkeit, womit die Kugel zum Stück herausgetrieben wird, directe wie der Logarithmus der Zahl $\frac{a}{b}$ oder $\frac{AB}{AF}$ und die Länge des Raums, so mit Pulver angefüllt ist, *f*, umgekehrt aber wie der Diameter der Kugel *c*, und ihre Dichte *n:* bey welcher Proportion sich der Autor etwas versehen, indem er zuletzt noch die Länge des Raums hinter der Kugel $AF=b$ hinzusetzet. Last uns nun hieraus fitr das vom Autore angeführte Exempel die Geschwindigkeit der Kugel ausrechnen.

Es wird also seyn:

$$a=45\text{ Zoll},$$
$$f=b=2\tfrac{5}{8}\text{ Zoll},$$
$$c=\tfrac{3}{4}\text{ Zoll},$$
$$n=11,345$$

weil die Kugel von Bley ist, also

$$\frac{a}{b}=\frac{120}{7},\quad l\frac{a}{b}=1,2340832,\quad \frac{f}{c}=\frac{7}{2}\quad\text{und}\quad \frac{f}{nc}=\frac{7}{22,69},$$

dahero seyn wird

$$l\frac{f}{nc}=9,4892635.$$

Wenn wir also die obige Formul durch Logarithmos ausrechnen, so kommt

$$l1,2340832=0,0913445,$$
$$l\frac{7}{22,69}=9,4892635.$$
$$l6907750=\underline{6,8393366}$$
$$6,4199446$$

davon die Helfte giebt 3,2099723,

welches der Logarithmus ist von 1622. Weswegen die Kugel mit ihrer Geschwindigkeit in einer Secunde einen Weg von 1622 Rheinländischen Schuhen durchläuft: welche Zahl von des Autoris Ausrechnung nur deswegen unterschieden ist, weil wir hier Rheinländische Schuhe brauchen, da der Autor nach Englischen rechnet;

und weil wir die Athmosphäre einer Wasser-Säule, so 32 Schuh hoch, gleich gesetzt haben, da der Autor 33 angenommen.

ZWEYTE ANMERKUNG

Es sind bey dieser Auflösung verschiedene Umstände aus der Acht gelassen worden, welche, ob sie gleich meistentheils sehr geringe sind und wenig austragen, dennoch alle die vorher bestimmte Geschwindigkeit der Kugel vermindern, und also insgesammt nicht wohl übergangen werden können. Man kann auch sogleich sehen, daß die gefundene Formul, wodurch die Geschwindigkeit der Kugel ausgedruckt worden, nach aller Schärfe mit der Wahrheit nicht bestehen kann; denn aus derselben müßte folgen, daß je länger das Rohr oder die Länge $AB = a$ wäre, die Kugel desto geschwinder heraus getrieben werden sollte, welches doch mit der Erfahrung streitet: indem bekannt ist, daß eine allzulange Canone die Kugel nicht so weit treibt, als eine kürzere. Derowegen wird nöthig seyn, diese aus der Acht gelassen Umstände in einige Betrachtung zu ziehen, und zu untersuchen, wie viel durch dieselben die vorher bestimmte Geschwindigkeit der Kugel vermindert wird.

Erstlieh ist nun der Gegendruck der äussern Luft nicht mit in die Rechnung gebracht worden. Denn, so lange sich die Kugel in der Höhlung FB befindet, so wird dieselbe von der äussern Luft zurück getossen. Diese Kraft ist gleich einer Wasser-Säule, deren Höhe 32 Schuh beträgt, wie wir angenommen. Da nun die Kugel einer Wasser-Säule gleicht, deren Länge $= \frac{2}{3}nc$, so wird die zurückstossende Kraft sich zum Gewicht der Kugel verhalten, wie 32 zu $\frac{2}{3}nc$, das ist, wie $\frac{48}{nc}$ zu 1; und also wird hieraus diese Äquation entspringen

$$dv = \frac{48mb}{nc(b+x)}dx - \frac{48dx}{nc}$$

und ferner

$$v = \frac{48mb}{nc} l \frac{b+x}{b} - \frac{48x}{nc}$$

Setzt man nun $x = BF = a-b$, damit die Geschwindigkeit, womit die Kugel aus dem Stück herausgetrieben wird, heraus komme, so wird Schuh.

$$v = \frac{48mb}{nc} l \frac{a}{b} - \frac{48(a-b)}{nc}$$

Zweytens ist auch nicht auf die Resistentz der Luft gesehen worden, welche zwar in dem kurzen Raum *FB* nicht viel austragen kan, ob dieselbe gleich wegen der schnellen Bewegung nicht geringe ist. Um aber dieselbe doch in die Rechnung zu bringen, so ist zu merken, daß, wenn die Kugel vorne gantz platt wäre, dieselbe gleich seyn würde dem Druck einer LuftSäule, deren Höhe $= v$, und folglich einer Wasser-Säule, deren Höhe

$=\frac{v}{864}$, wenn wir das Wasser 864 mal schwehrer annehmen, als die Luft. Die Ründung der Kugel aber macht, daß diese Resistentz nur halb so groß wird, und dahero einer Wasser-Säule gleichet, deren Höhe $=\frac{v}{1728}$/ Diese Resistentz wird sich also zur Schwehre der Kugel verhalten, wie $\frac{v}{1728}$ zu $\frac{2}{3}nc$, oder wie $\frac{v}{1152nc}$ zu 1. Folglich wird man diese Äquation bekommen

$$dv=\frac{48mbdx}{nc(b+x)}-\frac{48dx}{nc}-\frac{vdx}{1152nc}$$

oder

$$dv+\frac{vdx}{1152nc}=\frac{48mbdx}{nc\left(b+x\right)}-\frac{48dx}{nc}.$$

Um davon das Integrale zu finden, so setze man *e* für die Zahl, deren Logarithmus hyperbolicus gleich ist l, oder *e* = 2,718281828, und multiplicire die gefundene Differentialäquation mit $e^{x:1152nc}$, oder man setze der Kürze halber $1152nc=g$, und multiplicire mit $e^{x:g}$, so bekommt man

$$e^{x:g}\left(dv+\frac{vdx}{g}\right)=\frac{48mbe^{x:g}dx}{nc\left(b+x\right)}-\frac{48e^{x:g}dx}{nc},$$

wovon das Integrale ist

$$e^{x:g}v=\frac{48mb}{nc}\int\frac{e^{x:g}dx}{b+x}-\frac{48g}{nc}\left(e^{x:g}-1\right)$$

oder

$$v=\frac{48mb}{nc}e^{-x:g}\int\frac{e^{x:g}dx}{b+x}-\frac{48g}{nc}\left(1-e^{-x:g}\right).$$

Weil nun der Bruch $\frac{x}{g}$ sehr klein ist, so ist bey nahe

$$e^{x:g}=1+\frac{x}{g}+\frac{xx}{2gg}$$

und

$$e^{-x:g}=1-\frac{x}{g}+\frac{xx}{2gg}$$

dahero

$$\int \frac{e^{x:g}dx}{b+x} = \int \frac{dx}{b+x} + \int \frac{xdx}{b+x} + \int \frac{xxdx}{2gg(b+x)}$$
$$= l\frac{b+x}{b} + \frac{x}{g} - \frac{b}{g} l\frac{b+x}{b} + \frac{xx}{4gg} - \frac{bx}{2gg} + \frac{bb}{2gg} l\frac{b+x}{b},$$

folglich wird

$$v = \frac{48mb}{nc}\left(\left(1-\frac{b+x}{g}+\frac{(b+x)^2}{2gg}\right)l\frac{b+x}{g}+\frac{x}{g}-\frac{bx}{2gg}-\frac{3xx}{4gg}\right)-\frac{48x}{nc}\left(1-\frac{x}{2g}\right).$$

Laßt uns nun setzen $x = a - b$, damit die Geschwindigkeit, womit die Kugel aus den Stück geschossen wird, heraus komme, so wird

$$v = \frac{48mb}{nc}\left(1-\frac{a}{g}+\frac{aa}{2gg}\right)l\frac{a}{b}1+\frac{48mb(a-b)}{ncg}\left(1-\frac{3a-b}{4g}\right)$$
$$-\frac{48(a-b)}{nc}\left(1-\frac{a-b}{2g}\right),$$

oder wenn man die allzukleinen Terminos, welche nichts merkliches austragen, aussen läßt, so wird

$$v = \frac{48mb}{nc}(1-\frac{a}{g})l\frac{a}{b}+\frac{48mb(a-b)}{ncg}-\frac{48(a-b)}{nc}$$

Schuh.

Hieraus können wir nun berechnen, wie viel die sowohl von dem Gegendruck, als der Resistentz der Luft herrührende Verminderung der Geschwindigkeit austrage in dem obigen Exempel; da ist

$$a = 45, \quad b = 2\tfrac{5}{8}, \quad c = \tfrac{3}{4}, \quad n = 11,345, \quad nc = 8,509, \quad m = -1000,$$
$$g = 1152nc = 9802,37, \quad 48mb = 126000 \text{ und } 48mb = 14808nc.$$

Der gemeine Logarithmus von $\frac{a}{b}$ ist 1,2340832, welcher mit 2,302585 multiplicirt werden muß, um den hyperbolischen Logarithmum $l\frac{a}{b}$ zu bekommen, welcher seyn wird $= -2,8415816$. Hieraus folget

$$\frac{48mb}{nc} l \frac{a}{b} = \qquad 42078{,}1$$

$$\frac{48mb}{nc} \frac{a}{g} l \frac{a}{b} = \qquad \underline{193{,}1}$$

$$41885{,}0$$

$$\frac{48mb(a-b)}{ncg} = \qquad 64{,}014$$

$$\frac{48(a-b)}{nc} = \qquad \underline{239{,}04}$$

also

$$v = 41710 \text{ Schuh.}$$

Diese Schuh verwandle man in tausendste Theile, so kommen 41710000, woraus Radix quadrata gibt 6458, davon der 4te Theil 1615 weißt, wie viel Schuh die Kugel mit ihrer Geschwindigkeit in einer Secunde läufft. Da wir nun vorher 1622 Schuh gefunden, so ist klar, daß diese zwey Umstände nur 7 Schuh austragen. Dahero dieselben von dem Autore ohne Fehler wohl haben negligirt werden können.

DRITTE ANMERKUNG

Ausser dem Druck und der Resistenz der Luft giebt es noch zwo andere Ursachen, welche die Geschwindigkeit der Kugel verringern, wenn wir auch mit dem Autore annehmen, daß sich alles Pulver im Stücke auf einmahl entzündet: wogegen gleichwohl noch verschiedene Einwürfe zu machen sind, welche hernach vorgebracht werden sollen. Diese zwo neuen Ursachen scheinen auch einen weit grössern Einfluss auf die Bewegung der Kugel zu haben, dahero dieselben um so viel weniger übergangen werden können. Die erstere bestehet in der Friction, kraft welcher sich die Kugel an der innern Wand des Laufs reihet, und dadurch einen Abgang in der Bewegung leidet. In den kleinern Schießgewehren, als Mußketen und gezogenen Röhren, in welche die Kugeln mit grosser Gewalt hinein gestossen werden müssen, ist diese Friction ohne Zweifel sehr groß. Sollte dieselbe der Schwehre der Kugel gleich seyn, so müßte man die vorhergefundene Höhe v um $\text{FB} = a - b$ vermindern, welches aber in Ansehung des sehr grossen Werths des v nichts austragen würde: ja wenn auch die Friction 100 mahl grösser wäre, als die Schwehre der Kugel, so würde man noch die $100(a-b)$ in Ansehung des v ohne merklichen Fehler negligiren können. Bey Canonen würde also die Friction noch viel weniger austragen müssen, weil die Kugeln nicht mit Gewalt hinein gestossen werden, sondern noch zwischen den innern Wänden und der Kugel ein Spiel-Raum bleibt, dahero die Friction nicht einmahl der Schwehre der Kugel gleich seyn kann. Es ist aber dem ungeachtet zu vermuthen, daß entweder die Friction, oder eine ande1~e ähnliche Ursache in den Stücken der Bewegung der Kugel weit stärker entgegen stehen. Denn da die Kugel, so bald sie aus dem Stück heraus getrieben worden, noch alle Hindernisse ihrer

Bewegung, nur allein die Friction ausgenommen, antrifft, welchen dieselbe noch in der Canone ausgesetzt gewesen, so könnte eine allzugrosse Länge der Canone der Bewegung der Kugel nicht hinderlich seyn, wie doch die Erfahrung bezeugen soll, wenn die Kugel nicht in der Canone einen Wiederstand anträffe, so ausser derselben verschwindet. Dieser mag nun von der Friction, oder von einer andern Ursache, herrühren, so müßte dieselbe doch ziemlich beträchtlich seyn, wenn dadurch in einer allzulangen Canone die forttreibende Gewalt des Pulvers überwogen werden sollte. Hiervon läßt sich nun, ehe genugsame Experimente über die vortheilhafteste Länge der Canonen mit allem Fleiß angestellet worden, nichts bestimmen. Allem Ansehen nach wird aber die Länge der Canonen vielmehr durch die Menage, als aus diesem Grunde, bestimmt. Und wenn man fragt, warum die Stücke nicht länger gemacht werden, als der Gebrauch mit sich bringt, so scheinet wohl hiervon nicht dieses die Ursache zu seyn, damit die Kugel eine desto geschwindere Bewegung erhalte: sondern vielmehr, weil der Vortheil, den man dadurch an der Geschwindigkeit würklich erhält, die grössern Unkosten, und die grösseren Unbequemlichkeiten, welche die längern Canonen erfordern, bey weitem nicht ersetzte. Denn lasst uns setzen, daß im oben ausgeführten Exempel die Länge des Laufs, welche 45 Zoll gewesen, auf 50 Zoll vermehret werde, so würde $\frac{a}{b}=\frac{50}{2,625}$ an statt $\frac{45}{2,625}$ und folglich $l\frac{a}{b}=1,2798407$ anstatt 1,2340832. Also würde, ohne auf einen Wiederstand zu sehen, das Quadrat der Geschwindigkeit um $\frac{37}{1000}$ und die Geschwindigkeit selbst um $\frac{18}{1000}$ das ist um ihren $\frac{1}{55}$ Theil vermehret werden. In vielen Fällen würde es also der Mühe nicht lohnen um dieser geringen Vermehrung willen, den obigen Lauf um 5 Zoll länger zu machen. Um dieser Ursache willen werden wir uns also von der Wahrheit nicht merklich entfernen, wenn wir absonderlich bey Canonen die Friction gar nicht in Betrachtung ziehen.

Die andere Ursache, von welcher hier Meldung gethan werden soll, hat einen weit grösseren Einfluß auf die Bewegung der Kugel. Weil, indem die Kugel durch den Lauf der Canone fortgetrieben wird, nicht nur durch das Zündloch, sondern auch zwischen der Kugel und der inneren Wand der Canone, die elastische Luft beständig herausbläset: so wird die Elasticität derselben in der Canone immer kleiner, als dieselbe hier in der Auflösung angesetzt worden. Denn, da dieselbe wegen der grossen Elasticität mit einer weit grösseren Geschwindigkeit, als die Kugel selbst immer haben kan, durch die gedachten Oeffnungen herausfährt, so ist dieser Verlust der forttreibenden Kraft ziemlich beträchtlich, und muß nothwendig verursachen, daß die Kugel eine kleinere Geschwindigkeit erhält, als die obige Rechnung ausweiset. Um die Würkung dieser Verminderung zu bestimmen, muß man die Geschwindigkeit wissen, mit welcher die in der Canone zusammen gedruckte Luft so wohl durch das Zündloch, als neben der Kugel, herausfährt, welche Untersuchung wir im folgenden vorzunehmen Gelegenheit haben werden. Wir können inzwischen aus einem Exempel, so der Herr Prof. Daniel Bernoulli in seiner *Hydrodynamic* p. 241 berechnet, so viel anführen, daß, da derselbe, um die würkliche Geschwindigkeit der Kugel herauszubringen, ohne auf diesen Abgang der fortreibenden Kraft zu sehen, genöthiget worden, die erste Elasticität der im Pulver eingeschlossenen Luft 6004 mahl grösser anzusetzen, als den Druck der Athmosphäre, er in eben dem Fall, nachdem er diesen erwehnten Abgang in Betrachtung gezogen, die anfängliche Elasticität 10000 mahl grösser hat annehmen müssen. Ungeachtet nun dieses aus solchen Principiis hergeleitet worden, welche der Herr RoBINS nicht zugibt, so kan man doch daraus so viel ersehen, daß dieser Umstand eine merkliche Veränderung in der obigen Bestimmung der Geschwindigkeit verursachen müsse. Dahero, wenn in den folgenden Experimentis die wilrkliche Geschwindigkeit mit der ausgerechneten übereinstimmt, so ist dieses ein unbetrügliches Zeichen, daß die forttreibende Kraft viel grösser gewesen, als in der Rechnung angenommen worden, und daß folglich die erste Elasticität der aus der Entzündung des Pulvers erzeugten Luft weit mehr, als tausend mal grösser sey, als die Elasticität der natürlichen Luft.

VIERTE ANMERKUNG

Dieses sind aber doch noch nicht alle Ursachen, weswegen die durch die Rechnung gefundene Geschwindigkeit der Kugel verringert werden muß; wir können zu den schon allbereit erzehlten vieren noch drey neue hinzufügen. Erstlich, wenn sich die elastische Materie schon würklich ausdehnet, so müssen sich alle Theile derselben vorwärts bewegen, und das um so viel geschwinder, je weiter dieselben von dem Boden *A* entfernet sind. Denn die vordersten Theile, welche die Kugel berühren, haben mit derselben einerlei Geschwindigkeit, diejenigen aber, so dem Boden näher sind, eine kleinere. Da nun die Bewegung der vordersten immer schneller wird, so muß auch die Bewegung der übrigen nach Proportion immer geschwinder werden. Ein jeglicher Theil aber dieser elastischen Materie wird von der hintern Luft vorwärts, von der vordern aber rückwärts gestossen, dahero nothvendig der Druck der hintarn stärker seyn muß, als der vordein, sonsten würde die Geschwindigkeit dieses Theils nicht zunehmen. Hieraus folget also, daß die Elasticität der hinter der Kugel befindlichen Luft, nicht allenthalben gleich groß sey, sondern daß dieselbe bey dem Boden in *A* grösser seyn müsse, als an der Kugel, und dahero wird die Kugel mit einer kleineren Kraft fortgestossen, als in der Rechnung angenommen worden: da man gesetzt, daß die Luft hinter der Kugel allenthalben eine gleiche Ausdehnungs-Kraft habe. Dieser Unterscheid muß um so viel grösser seyn, je dichter die Luft hinter der Kugel ist. Weil aber doch die Dichte derselben sehr geringe ist, so wollen wir gerne zugeben, daß daher keine merkliche Verringerung in der Geschwindigkeit der Kugel entstehen könne.

Aus eben diesem Grunde wird auch die zweyte Ursache, welche wir anzuführen haben, eben so wenig merklich seyn. Man hat in der Rechnung angenommen, daß die ganze Kraft des Pulvers allein auf die Forttreibung der Kugel angewandt werde: weil aber auch die Theilchen des Pulvers, und der daraus erzeugten Luft, selbst in Bewegung gesetzt werden müssen, so wird dazu ein geringer Theil der Kraft erfordert, welcher folglich von derjenigen, so auf die Kugel würket, abgezogen werden muß, aus welchem Grunde also die Bewegung der Kugel wiederum vermindert wird. Diese Ursache entspringet zwar mit der vorher gemeldten aus einer Quelle, nahmlieh aus der Inertia oder Materialität der Luft, und wenn man die vorige in die Rechnung bringen kan, so wird auch diese darein .eingeschlossen. Inzwischen kan man sich doch von ihrer Würkung einen deutlichem

Begrif machen, wenn man sich dieselbe auf diese zweyfache Art, wie hier geschehen, vorstellt. Es ist aber ein Glück, daß die aus diesem Grunde entspringende Würkung nicht merklich ist; denn es würde schwehr und vielleicht unmöglich seyn, dieselbe aus den bekannten Grundsätzen der Mechanic genau zu bestimmen. Man geräth dabey in solche verwirrte Differential-Äquationen, daß man nicht Mittel sieht, dieselben aufzulösen, oder daraus etwas zuverläßiges zu schliessen.

Die dritte Ursache ist eben der zweyte Grundsatz, welchen der Autor als richtig annimmt, und völlig erwiesen zu haben glaubet: daß sich nehmlich alles Pulver im ersten Augenblick zugleich entzünde. Man findet aber sehr viel Ursachen, das Gegentheil zu behaupten, und die Beweisthümer des Autoris selbst sind so beschaffen, daß man daraus an der Richtigkeit zu zweifeln Anlaß nehmen kan. Der Autor führet den ersten Grund her aus der grossen Hitze, und der Geschwindigkeit der Flamme, womit dieselbe zwischen den Pulverkörnern durchfährt. Aber dieses ist eben die Frage, ob gleich im ersten Augenblick so viel Pulver entzündet werde, daß die Flamme zwischen allen Körnern durchstreichen könne. Hernach, da diese Communication durch die Bewegung geschieht, so muß nothwendig dazu eine Zeit erfordert werden, und körnt also hier nur die Frage vor, in wie langer Zeit sich vom ersten Anfang der Entzündung an alles Pulver entzünde. Niemand wird läugnen, daß dieses nicht in sehr kurzer Zeit geschehe: allein die Kugel fährt auch so geschwind zur Canone heraus, daß die geringste Zeit hier schon sehr beträchtlich ist. Gemeiniglich wird die Kugel in einem hundertsten Theil einer Secunde aus dem Lauf hinausgetrieben. Wenn also nur $\frac{1}{100}$ Secunde zur völligen Entzündung des Pulvers erföidert würde, welches doch gewiß eine sehr kurze Zeit ist, so würde die Kugel schon die Mündung der Canone erreicht haben, indem sich das letzte Pulver entzündete; folglich würde dadurch die forttreibende Gewalt des Pulvers gar merklich verringert werden. Solte nach des Hrn. Robins Sinn die gänzliche Entzündung in noch kürzerer Zeit, als in $\frac{1}{200}$ Secunde; oder gar in $\frac{1}{1000}$ Secunde vor sich gehen, welches doch kaum, insonderheit bey grossen Ladungen, glaublich scheint, so müste doch noch der Effect davon merklich seyn. So leicht auch das Pulver Feuer fängt, so wird doch dazu einige Zeit erfordert, und das bey einer Art des Pulvers mehr, als bey der andern. Deswegen ist auch nach des Autoris eigenem Bericht das gekörnte Pulver dem Meel-Pulver vorgezogen worden, weil jenes sich geschwinder entzündet, als dieses. Da nun das Meel-Pulver einige Zeit erfordert, ehe die an einem Orte geschehene Entzündung sich allenthalben mittheilet, so kann der Vortheil des gekörnten in nichts anders bestehen, als daß zur gänzlichen Entzündung eine viel kürzere Zeit hinlänglich sey. So kurz aber auch diese Zeit augesetzet wird, so ist dieselbe doch immer vermögend, eine merkliche Aenderung in der forttreibenden Kraft zu verursachen. Wir haben hier oben nur $\frac{1}{100}$ Secunde angenommen für die Zeit, in welcher die Kugel aus dem Stück getrieben wird. Allein diese Zeit ist noch zu lang nach den Experimenten, wodurch Herr Robins selbst die vürkliche Geschwindigkeit, womit eine Kugel aus einem Schieß-Gewehr getrieben wird, bestimmet hat. Er findet, daß diese Gesch,vindigkeit in einer Secunde einen Weg von 1500 biß 2000 Schuh durchlauffen könne. Weil nun diese Geschwindigkeit der Kugel im Lauf des Gewehrs eingedruckt worden, welcher ungefehr $3\frac{1}{2}$ Schuh lang gewesen, so müste die Kugel, wenn sie im ersten Augenblick diese ganze Geschwindigkeit erhalten hätte, nur $\frac{3\frac{1}{2}}{1500}$ oder $\frac{3\frac{1}{2}}{2000}$ Secunde, das ist nach einem Mittel $\frac{1}{500}$ Secunde im Lauf zugebracht haben. Solte aber der Kugel diese Geschwindigkeit nach einer gleichförmig vermehrten Bewegung, dergleichen in den fallenden Cörpern wahrgenommen wird, mitgetheilet worden seyn, so würde dieselbe zweymahl so lang, das ist $\frac{1}{250}$ Secunden im Lauf verweilet haben. Da nun die forttreibende Kraft anfänglich viel stärker ist, und nach und nach abnimmt, so muß die wahre Zeit kurzer seyn, als $\frac{1}{250}$", langer aber als $\frac{1}{500}$" , und also ungefehr $\frac{1}{375}$ Secunde austragen, welche Zeit so kurz ist, daß, so geschwind man sich auch die gänzliche Entzündung des Pulvers vorstellt, dieselbe doch nicht viel geschwinder, als in einer $\frac{1}{375}$ Secunde geschehen kann, weswegen dieser Umstand um so viel weniger aus der Acht gelassen werden kann.

Was der Autor ferner sagt, daß die Pulver-Körner, welche ofters aus den Canonen noch unentzündet herausgetrieben werden, dem Setz-Kolben ausgewichen, und nicht hinter die Kugel zu liegen gekommen, ungeachtet solches seine völlige Richtigkeit haben mag, beweiset doch noch keineswegs; daß die gänzliche Entzündung in einem Augenblicke vor sich gehe, und ganz und gar keine Zeit erfordere. Dann gesetzt auch, daß sich alles Pulver entzündete, ehe die Kugel zur Mündung heraus fährt, und also die ganzen Körner, so öfters vor der Canone gefunden werden, nicht hinter der Kugel gewesen wären: so folget doch noch keinesweges, daß die Zeit der gänzlichen Entzündung in Ansehung derjenigen, so die Kugel durch die Canone getrieben wird, vor nichts zu achten sey. Ueber dieses kann es auch seyn, daß eine gute Partie Pulver noch ausser der Mündung Feuer fängt, und also nichts zur Forttreibung der Kugel beyträgt, ungeachtet diese Körner nicht unentzündet herunter fallen. Denn da das Feuer noch ausser der Mündung hestig genug ist, so kann auch alsdenn noch ein Theil des Pulvers, welches wegen der allzukurzen Zeit in dem Lauf unentzündet geblieben, von der Flamme verzehrt werden. Ferner gesteht der Autor selbst, daß er öfters im Pulver einige Körner wahrgenommen, welche einige Zeit die Gewalt der Flamme ausgehalten, ehe sie sich entzündet haben. Da er nun diese Zeit hat wahrnehmen können, so muß dieselbe merklich, und also gewiß länger, als $\frac{1}{100}$ Secunde gewesen seyn. Wenn es also solche Körner giebt, welche die Gewalt der Flamme länger, als $\frac{1}{100}$ Secunde aushalten können, so muß es noch vielmehr dergleichen geben, welche zu ihrer Entzündung nur $\frac{1}{100}$ Secunde erfordern. Dahero auch dieser Beweisthum, welchen der Autor zu Behauptung seines Satzes anführet, vielmehr das Gegentheil bestätiget.

Die stärkste Probe des Autoris aber besteht darinn, daß die Ausrechnungen, welche aus diesem Satz hergeleitet werden, mit der Erfahrung vollkommen übereinstimmen. Wir haben aber schon dargethan, wie viel Umstände in dieser Ausrechnung nicht sind in Betrachtung gezogen worden, davon doch einige keine geringe Aenderung verursachen; und daß dahero die Übereinstimmung der Rechnung mit der Erfahrung zu diesem Ende nicht ohne grosse Behutsamkeit augeführet werden kann. Weil der Autor auf den Abgang der forttreibenden Kraft, welche durch das Zündloch und neben der Kugel geschieht, nicht gesehen, und sich folglich aus diesem Grunde schon ein Unterscheid zwischen der Theorie und der Experientz äussern müßte, so könnte es vielleicht wohl seyn, daß die allmählige Entzündung des Pulvers diesen Unterscheid wieder zernichtete. Denn da die Kraft des Pulvers nicht allein wegen der erfolgten Ausdehnung abnimmt, worauf doch in der Rechnung allein gesehen worden, sondern auch wegen des Verlusts, welchen die eingeschlossene elastische Luft durch das Zündloch und den Spiel-Raum leidet, so müste die Verminderung der Kraft grösser seyn, als in der Theorie angenommen worden! Wenn sich nun das Pulver allmählig entzündet, so erhält dadurch die forttreibende Kraft einen beständigen Zuwachs, wodurch der vorige Abgang ersetzet wird; dergestalt, daß auf diese Art wiederum eben dieselbe Proportion im Abnehmen der Kraft stattfinden kann, welche in der Theorie angenommen worden. Auf diese Art könnte also diese Theorie, aller angeführten Umstände ungeachtet, mit der Experientz wiederum vereiniget werden, wenn man nur die Kraft des im ersten Augenblick entzündeten Pulvers um so viel grösser an setzt. Denn, wenn nur ein Theil des Pulvers, so im ersten Anfang Feuer fängt, stark genug ist, eben die Würkung hervor zu bringen, welche nach der Theorie von der ganzen Ladung herkommen solte, so muß auch die elastische Kraft desselben Theils eben so groß seyn, als die, welche dem ganzen zugeschrieben worden. Wenn also die elastische Kraft der natürlichen Luft durch 1 angedeutet wird, so muß die elastische Kraft der aus der Entzündung des Pulvers erzeugten Luft so vielmahl grösser sein als 1000, so vielmahl der im ersten Anfang entzündete Theil des Pulvers kleiner ist als die ganze Ladung. Unter dieser Bedingung kann also die Theorie des Autoris mit der Experientz bestehen, wann der Zuwachs der forttreibenden Gewalt, so dieselbe durch die allmählige Entzündung des Pulvers erhält, dem Abgang, welcher wegen des Zündlochs und Spielraums entstehet, immer beynahe gleich kommt, welche Ersetzung vielleicht bey der Art des Pulvers, so der Autor gebraucht, ungefehr mag eingetroffen haben. Hiedurch aber leidet der erste Punkt des Verfassers, Wodurch er die elastische Kraft des Pulvers bestimmt, und 1000 mahl grösser als den Druck der Atmosphär augesetzet hat, einen grossen Stoß, indem dieselbe Kraft in diesem Fall, wann die Rechnungen mit der Experientz übereintreffen, viel grösser seyn muß. Wenn sich also der Autor um seinen Satz, daß sieh alles Pulver in einem Augenblick zugleich entzünde, auf die Übereinstimmung der hierauf gegründeten Rechnung mit der Experientz berufft, so ist so ferne, daß dadurch seine Meynung bekräftiget werde, daß dadurch vielmehr dieselbe umgestossen wird.

Damit wir aber dieser angeführten Experientz nicht allein blosse Gründe und Vernunft-Schlüsse. entgegen setzen, so wollen wir auch Erfahrungen beyfügen, wodurch augenscheinlich erhellet, daß die gänzliche Entzündung des Pulvers nicht in einem Augenblick vor sieh gehe. Ich beruffe mich hierbey auf viele Experimente, welche der sel. General Günther zu St. Petersburg A. 1727 in Beyseyn verschiedener Mitglieder der dasigen Academie, unter welchen ich mich auch befunden, hat anstellen lassen. Unter andern wurde dazu ein Stück, dessen Seele $7\frac{7}{10}$ Englische Schuh lang war, gebraucht, und aus demselben mit verschiedenen Ladungen Vertical-Schüsse gethan. Man bemerkte jedes mahl die Zeit nach einem Pendulo, innerhalb welcher die Kugel nach dem Schuß wieder herunter fiel: und aus derselben hat der Herr Bernoulli die Geschwindigkeit berechnet, mit welcher die Kugel aus dem Stück getrieben worden. Ungeachtet nun derselbe hierzu die NEWTONIANISCHE Theorie von der Resistentz der Luft gebrauchet, so hindert doch solches zum gegenwärtigen Vorhaben nichts. Er hat also gefunden, daß die Kugel in einem Luftleeren Raum, nachdem man 1, 4 und 8 Loth Pulver geladen, hätte 541, 13694, 58750 Schuh hoch steigen müssen. Hierauf wurde von dieser Canone ein Stück abgesägt, dessen Länge $1\frac{7}{10}$ Schuh, und folglich die Seele der Canone noch accurat 6 Schuh lang war. Nach dieser Verkürzung wurden wiederum mit den vorigen Ladungen von 1, 4 und 8 Loth Pulver Vertical-Schüsse gethan, und da fand sich, daß die Kugel in einem Luftleeren Raum nur auf 274, 2404 und 6604 Schuh hoch gestiegen seyn würde. Bey der Ladung von 8 Lothen würde also die Kugel aus der ganzen Canone beynahe 9 mahl höher gestiegen seyn, als aus der abgekürzten: dahero die Geschwindigkeit, womit die Kugel im ersten Fall ausgetrieben worden, ungefehr dreymahl grösser gewesen als im letztern. Nach des Hrn. ROBINS Theorie aber hätte dieser Unterscheid kaum zu merken seyn müssen. Hieraus ist also klar, daß vor der Abkürzung der Canone sich noch eine gute und so gar die gröste Portion Pulver erst alsdann müsse entzündet haben, als die Kugel den letzten Schuh in der Seele der Canone durchlauffen. Eben dieser Schluß folget auch aus den kleinern Ladungen, jedoch ist der Unterscheid so groß nicht, und eben hieraus erhellet, daß, je grösser die Ladung ist, je mehr Zeit erfordert werde, ehe sich alles Pulver entzünde: welcher Umstand an sich selbst begreiflich genug ist.

Die gezogenen Röhre, welche wie bekannt viel weiter schiessen, als ungezogene, reichen uns auch eine sehr wichtige Probe dar, daß sich das Pulver nicht auf einmahl entzünde. Denn, sollte alles Pulver auf einmahl in Brand gerathen, so müßte nothwendig ein gezogenes Rohr bey weitem nicht so weit schiessen als ein ungezogenes. Man betrachte nur den grossen Wiederstand, welchen eine Kugel in einem gezogenen Rohr zu überwinden hat, ohne darauf zu sehen, daß zugleich der Kugel eine Bewegung um die Axe mitgetheilet wird, wozu auch eine Kraft erfordert wird, so wird man hieran nicht den geringsten Zweifel hegen können. Dennoch aber wird die Kugel aus einem gezogenen Rohr ungeachtet dieses grossen Wiederstandes mit einer grössern Geschwindigkeit heraus geschossen, als aus einem gemeinen, wenn die übrigen Umstände einerlei sind. Es muß also in einem gezogenen Rohr nothwendig eine weit grössere Kraft vorhanden seyn, als in einem gemeinen, welche nicht nur den grossen Wiederstand zu überwinden, sondern auch noch dazu der Kugel eine schnellere Bewegung mitzutheilen hinlänglich ist. Die Gewalt aber rührt einig und allein vom Pulver her, und in beyden Fällen ist die Ladung einerlei: dahero keine andere Ursache übrig bleibt, als daß sich in dem gezogenen Rohr die ganze Ladung oder zum wenigsten der gröste Theil derselben entzünde, da in dem gemeinen Rohr nur ein geringer Theil Feuer fängt, ehe die Kugel heraus getrieben wird. Dieses letzte Argument scheinet noch der Sache den grösten Nachdruck zu geben, und sogar nicht nur zu beweisen, daß sich das Pulver nicht auf einmahl entzünde, sondern auch, daß sich gemeiniglich nur eine sehr kleine Portion des Pulvers entzünde, ehe die Kugel aus der Canone heraus getrieben wird. Aus diesen Ursachen wird die oben erwehnte Meynung des Hrn. Prof. DAN. BERNOULLI je länger je wahrscheinlicher, daß die aus dem Pulver erzeugte Elastische Materie im ersten Moment eine Ausdehnungs-Kraft habe, welche beynahe 10000 mahl grösser ist, als der Druck der Atmosphäre, ungeachtet unser Autor dieselbe nur 1000 mahl grösser angibt.