PROP. IV.

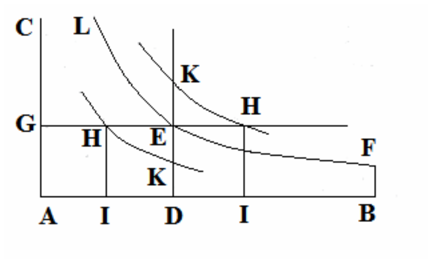
To determine the velocities with which musket and cannon-shot are discharged from their respective pieces by their usual allotment of powder.

From the computations of the 7th proposition of the 1st chapter, confirmed by the succeeding experiments, it plainly appears, that a leaden ball of $\frac{3}{4}$ of an inch in diameter, and weighing nearly $1\frac{1}{3}$ oz. avoirdupois, if it be fired from a barrel of 45 inches in length, with half its weight of powder, will issue from that piece with a velocity which, if it were uniformly continued, would carry it near 1700 feet. in 1". If instead of a leaden ball an iron one of the same diameter was placed in the same situation in the same piece, and was impelled by the same quantity of powder, the velocity of such an iron bullet would be greater than that of the leaden one, in the sub-duplicate ratio of the specific gravities of lead and iron; and supposing that ratio to be as 3 to 2, and computing on the principles laid down in the last-cited proposition, it will appear, that an iron bullet of 24 lb. weight, shot from a piece of 10 feet in length, with 16 1b. of powder, will acquire from the explosion a velocity which, if uniformly continued, would carry it nearly 1650 feet in 1". This is the velocity which, according to our theory, a cannon-ball of 24 lb. weight is discharged with, when it is impelled by a full charge of powder; but if, instead of a quantity of powder weighing two-thirds of the ball, we suppose the charge to be only half the weight of the ball, then its velocity will on the same principles, be no more than at the rate of 1490 feet in 1" ; and the same would be the velocities of every lesser bullet, fired with the same proportions of powder ; if the lengths of all pieces were constantly in the same ratio with the diameters of their bore : and although, according to the usual dimensions of the smaller pieces of artillery, this proportion does not always hold, yet the difference is not considerable enough to occasion a very great variation from the velocities here assigned ; as will be obvious to any one, who shall make a computation thereon. But in these determinations, we suppose the advantage to be no more, than is just necessary for the easy putting down the bullet; whereas, in real service, either through negligence or unskilfulness, it often happens, that the diameter of the bore so much exceeds the diameter of the bullet, that great part of the inflamed fluid escapes by its side ; whence the velocity of the shot, in this case, may be considerably less, than what we have assigned. However, part of this may possibly be compensated by the greater heat, which (as we have observed in the 6th proposition) in all probability attends the firing of these large quantities of powder.

COROLLARY.

From the great velocity of cannon-shot assigned in this proposition we may clear up that difficulty, which has driven some writers, on the common theory of gunnery, into a very extraordinary hypothesis. The difficulty, I mean, is the extent of the supposed point-blank shot, or the distance to which it is conceived to fly in a straight line. Our *Anderson* having found, by many experiments, that the track of shells and bullets, in the first part of their motion, was much less incurvated, than what it ought to be on the principles of

Galileo, when compared with the distant ranges, he supposed, in order to reconcile this circumstance with his theory, that every shot was impelled to a certain distance from the mouth of the piece, in a straight line, or that for some distance it was no ways affected by the action of gravity. By this means he defended, as he thought, the hypothesis of a parabolic motion, and at the same time assented to the vulgar opinion of the practical writers, who, in general, asserted the same thing. But could no better account be given of his experiments, it would yet be unnecessary, I presume, formally to confute so strange a



supposition as that of the suspension of the action of gravity. Indeed, *Anderson* was deceived, by his not knowing how greatly the primitive velocity of the heaviest shot is diminished in the course of its flight by the resistance of the air. And the received opinion of practical gunners, is not more difficult to account for, since, when they agree, that every shot flies in a straight line to a certain distance from the piece, which imaginary distance they have denominated the extent of the point-blank shot, we need only suppose, that within that distance, which they thus determine, the deviation of the path of the shot from a straight line is not very perceptible in their method of pointing. Now, as a shot of 24lb. fired with two thirds of its weight in powder, will, at the distance of 500 yards from the piece, be separated from the line of its original direction, by an angle of little more than half a degree ; those, who are acquainted with the inaccurate methods often used in the directing of cannon, will easily allow, that so small an aberration as this may, by the generality of practitioners, be unattended to, and the path of the shot may consequently be deemed a straight line, especially as other causes of error will often intervene, much greater than what arises from the incurvation of this line by gravity. In the present proposition, the velocity of a shot is determined, both when fired with two thirds of its weight of powder, and with half its weight of powder, respectively; and, on this occasion, I must remark, that on the principles of the theory, which we have ascertained in this treatise, the increasing the charge of powder will increase the velocity of the shot, till the powder arrives at a certain quantity; after which, if the powder be increased, the velocity of the shot will diminish. The quantity producing the greatest velocity, and the proportion, between that greatest velocity and the velocity communicated by greater and lesser charges, may be thus assigned. Let AB represent the axis of the pieces draw AC perpendicular to it, and to the asymptotes AC and AB, describe any hyperbola LF, and draw BF parallel to AC; find out now the point D, where the rectangle ADEG is equal to the hyperbolic area DEFB, then will AD represent that height of the charge, which ,communicates the greatest velocity to the shot; whence AD being to AB, as 1 to 2,71828, as appears by the table of logarithms from the length of the line AD, thus determined, and the diameter of the bore, the quantity of powder, contained in this charge, is easily known. If, instead of this charge, any other, filling the cylinder to the height AI, be used, draw IH parallel to AC, and through the point H, to the same asymptotes AC and AB, describe the hyperbola HK, then the greatest velocity will be to the velocity communicated by this charge AI, in the subduplicate proportion of the rectangle AE, to the same rectangle diminished by the trilinear space HKE. All this easily follows from the principles laid down in the 7th proposition of the 1st chapter.

FIRST REMARK

After the author had calculated only the speed of small musket balls in the first chapter, and had confirmed these by means of the experiments with his pendulum, thus here he considers cannon balls in the calculation ; and since the speed of the same cannot be determined by the use of the former machine, thus he contents himself to use the calculations merely according to his own theory alone. For, because no marked difference was expressed between theory and experiment with small musket balls, thus he might assume from the principles in the greater case, that the theory for large cannon balls would correspond also with experiment. And if in fact equally the free-play in cannon is in a greater proportion than in muskets, and consequently further a greater part of the driving force of the powder gets lost: but thus on the other hand the heating from firing cannon, which will be occasioned by the ignition of the powder, in his opinion would be greater than in the firing of small guns, and since hereby the driving force of the powder would be increased, thus maybe through this increase the departure force would be compensated for similarly. We have already noted above, how many circumstance the author has left out of consideration in the calculation of the speed of the ball. But since the same generally must be drawn into the calculation for the investigation of the nature, and of the true force of the powder, thus can it be sufficient for the final purpose to choose such a formula to be present by which the speed of the ball will be expressed for the cannon balls, which would be found to correspond with the experiments of the smaller ball, even if in the same not all the circumstances were observed equally. But it is to be assumed, that such a rule which was found precisely for small balls, also would not be very far from the truth for large balls ; particularly in these cases that one cannot hope to understand fully.

Thus here we want to use the formula given in the Remarks to the last proposition of the previous chapter, as which does not require any extensive calculation, and for small balls as well gives this speed, which are found by experiment. But since two letters m and n are found in the same which relate to the quality of the powder, thus we want therefore to put these values themselves in place attributed to the same government powder, as the author used ; thus it is assumed that $m = 244$ and $n = 850$. This has provided, that the length of the whole barrel shall be $= a$, the lengths of the space behind the ball, which has been filled with powder, $= b$, and k the height of an air column which thus is equal to the weight of the ball, and h the height of an air column, which the elasticity of the air measures out of form that $h = 27980$ Rh. ft., as we found. Finally let v be the height, from which a body falling just gains this speed, by which the ball will be forced out of the barrel, and there we have found this equation :

$$=\frac{244\beta bh}{k+425b}l\frac{800a-396b}{404b}.$$

But according to the author, there is $244\beta = 1000$, and if we put the rounded number 400 in the fraction $\frac{800a-396b}{404b}$ for the numbers 396 and 404, then the value of the fraction there will not change markedly, and thus we obtain

$$v=\frac{1000bh}{k+425b}l\frac{2a-b}{b}.$$

Now one puts here for the author's first experiment :
$a = 45$ inch, $b = 2\frac{5}{8}$ inch, and $k = 4900$ inch, thus 1684 Eng. ft. per second arises for the speed of the ball, which appears to agree precisely with the truth. If now *c* were put for the diameter of the ball, and the matter of the ball were is *n* times heavier than air, thus there will be $k = \frac{2}{3}nc$. Since now the weight of the powder is $= 850b$, thus the proportion of the weight of the ball to the weight of the charge will be as *k* to 850*b*. Thus let the weight of the ball be *P*, the weight of the charge be $= Q$, thus there shall be $k : 850b = P : Q$ and thus $k : b = 850P : Q$. On that account since in the gun the ratio given between the weight of the ball and of the powder can be used, thus here this equation appears :

$$v=\frac{1000Qh}{425(2P+Q)}l\frac{2a-b}{b},$$

or since $h = 27980$ Rh. ft, thus there will be

$$v=\frac{65700Q}{2P+Q}l\frac{2a-b}{b}$$

Rh.ft. Further since $k = \frac{2}{3}nc$, thus there will be

$$P : Q = \tfrac{2}{3}nc : 850b = nc : 1275b,$$

consequently

$$b=\frac{nQc}{1275P};$$

and thus *b* is determined through the diameter of the ball *c*. Moreover it is also usual for the length of the barrel *a* to be expressed in terms of the diameter of such ; thus if we put $a = ic$, thus there will be

$$a : b = i : \frac{nQ}{1275P} = 1275iP : nQ$$

and thus there becomes

$$v = \frac{65700Q}{2P+Q} l \frac{2550iP - nQ}{nQ}$$

Rh. ft. Now if, as to be used for the cannon, the ball is made of iron, thus there will be $n = 6647$ or 6650, therefore for iron balls there will be

$$v = \frac{65700Q}{2P+Q} l \frac{51iP - 133Q}{133Q}$$

Rh. ft. Thus if the charge Q were taken half as heavy as the ball P, thus there becomes :

$$v = 13140 l \frac{102i - 133}{133}$$

Rh.ft. But the charge Q works out to be $\frac{2}{3}$ of the weight of the ball P, thus there becomes

$$v = 16425 l \frac{153i - 266}{266}$$

Rh. ft, and these two cases here are drawn into consideration by the author. But we will put in addition, that the charge Q be made three quarters of the weight of the ball, thus there becomes

$$v = 17918 l \frac{204\mathrm{i} - 399}{399}$$

Rh. ft. And finally if the charge Q were taken equal to the weight of the ball itself, thus one obtains

$$v = 21900 l \frac{51i - 133}{133}.$$

The author considered further only the shots of a half carthaun [*i.e.* half field-piece], while he puts the weight of the ball to be 24 lb ; but here we want to calculate the speeds of the balls from the same formulas for all useable manners of artillery pieces. Thus here in the first place arises the whole carthaun [the name given to an old German artillery cannon used in the 30 years war in the 17th century ; often such guns were decorated with birds, animals, reptiles, etc., which gave rise to their names], from which a 48 pound ball can be fired ; in the same case $i = 18$ is to be obtained. From this follow the three quarters-carthaun, which fire a 36 pound ball; in this case commonly $i = 20$. In the third place comes the half-carthaun, thus firing a 24 pound ball, and in which case $i = 24$. In the quarter-carthaun with a 12 pound ball, there is $i = 26$; in the eighth-carthaun for a 6 pound ball there is $i = 27$. But in regiment pieces i is seldom greater than 18. Also in this regard still another kind of piece is used, then there would be the whole culverine from which 18 pound balls could be fired, in which case there is $i = 30$; for the half-culverine there is $i = 32$; for the quarter or on the contrary the third-culverine, because the balls weigh 6 lb., there is $i = 34$. In the quarter-culverine or falconet there is $i = 36$; in the half-falconet there is $i = 38$, and in the serpentine there is $i = 40$. From all these different kinds of cannon thus the balls will be fired with such an initial speed as the table below shows, which column 4 indicates. The first applies, if the weight of the charge is thus half as great as the weight of the ball, and the other if the charge $\frac{2}{3}$ carries of the weight of the ball ; the third is for the charge, which amounts to $\frac{3}{4}$ of the weight of the ball, and the fourth, if the charge is equal in weight to that of the ball. The speed finally is expressed in Rh.ft., thus how far the ball would travel in one second.

	Half Charge.	$\frac{2}{3}$ Charge.	$\frac{3}{4}$ Charge.	Eq. Charge.	i
whole Carth.	1447	1515	1535	1559	18
3 quart. Carth.	1479	1554	1577	1612	20
half Carth.	1532	1618	1647	1697	24
quart. Carth.	1554	1645	1676	1733	26
eighth Carth.	1565	1657	1690	1749	27
Reg. Piece	1447	1515	1535	1559	18
Whole Feld-Schl.	1593	1692	1727	1794	30
half.Feld-Schl.	1610	1712	1749	1821	32
third.Feld-Schl.	1626	1731	1769	1845	34
Falkonet	1642	1749	1788	1868	36
h.Falkonet	1656	1766	1806	1889	38
Serpentine	1669	1781	1823	1909	40

From this table one sees also, that if the charge to the weight of the ball has the ratio one, since then the speed of the ball will arise so much greater from this, the greater the diameter of the ball is contained within the length of the barrel. Therefore a whole Carthaun propels its ball out with a smaller speed, than a half Carthaun which will appear to be incredible and incongruous to artillery men, who have no understanding of air resistance. Because it is known from experience that under the same direction the shot of a whole Carthaun goes further than a half, thus it appears to follow from this, that also the ball of the whole Carthaun must have a greater speed than the half. This conclusion would be completely accurate if either nothing were taken for the air resistance, or at least not noticeable, so that commonly it could be ignored ; because since then without doubt a shot of the piece in the same direction on that account goes so much further, the greater the speed would b, with which the ball was driven out. But because the resistance of the air is so astonishingly great, as has already been established, and the same depends on the size of the ball in particular, thus it is possible that a larger ball travels further than a smaller one, if that one also were impressed initially with a smaller speed than this one. In order to make this more understandable, it is to be observed thus that the action of the resistance cannot be judged as well from the size of the ball itself as from the ratio of the resistive force to the weight of the ball. If we therefore consider two balls made of the same material, the first of which shall have a diameter twice as great as the other, thus the weight of the first is eight times greater than the other. If now equally the resistance of the first is four times greater than the other, if their speeds shall be equal to each other, while the resistance itself is judged according to the ratio of the surfaces or of the squares of the diameters, thus the ratio of the resistive force of the first ball to the other will not be as 4 to 1, but rather as $\frac{4}{8}$ to $\frac{1}{1}$, consequently the resistive force acting on the first and larger ball will be only half as great as on the other. Now from this it is apparent, that if both these balls were projected with the same speed and direction, the first necessarily would travel much further than the other ; and if both should go the same distance, thus initially the larger can be given a smaller degree of speed than the smaller. This difference is thus so great, as will be much more apparent from the following, as from that it can be understood quite easily, how a greater ball under the same trajectory can be driven further than a smaller one, notwithstanding that it did not have so great a speed as the other initially.

The author uses only a 24 pound iron half-Carthaun ball, and gives the same, if the charge is 16 lb., a speed of 1650 ft. per second, which likewise corresponds to our own determination above; for the table points out for this case a speed of 1618 Rh. ft., which works out to 1666 English feet. But if the charge is only half as heavy as the ball, namely of 12 lb., thus the author puts the speed of only 1490 Eng. ft. per second, there we have found for this case 1532 Rh. ft. or 1577 Eng. ft. per second. But is to be observed, that the author has calculated the speed after such a rule, in which all the essential circumstances, which have arisen from the properties of the powder itself, are to be left out of the consideration. The rule, of which the same has been made use, is found in this formula

$$v = \frac{1000bh}{k} l \frac{a}{b}$$

or, if the weight of the charge and of the ball were used, by this :

$$v = \frac{32850Q}{P} l \frac{1275iP}{nQ}$$

Rh.ft, where P, Q, n and i have just the values, which the same have been attributed in our formula. Therefore if the ball is made of iron, thus for the author's rule there is :

$$v = \frac{32850Q}{P} l \frac{51iP}{266Q},$$

and if the charge Q thus is half as large as the weight of the ball *P*, thus there will be :

$$v = 16425\, l \frac{51i}{1332}.$$

Now if here there is put $i = 24$, as is customary in the half-Carthaun, thus one finds the speed of the ball to be $= 1509$ Rh.ft or 1554 Eng. ft. per second, which is rather different from the author's reckoning. Now if no error has crept into the author's number, so there may still be a difference also between the letters *h* and *k,* which the author determined somewhat different; in particular since here they may touch each other, we have put the diameter of the ball to be wholly equal to the diameter of the muzzle of the artillery piece, but because of the play-space still a little difference is found between each other. As it is assumed because thus so many other circumstances cannot be determine exactly between each other, thus we considered it not necessary to consider these circumstances in the calculation, and on that account the reckoning would be made more difficult. But the main reason for the difference between the author's and our formula come from this, that the coarser material of the powder has not entered into the calculation at all, and which part must be put into the calculation, partially decreasing the space of all the compressed air. The first circumstance, that this coarser material be put into the calculation, must diminish the speed of the ball ; but the other, in so far as the whole compressed air will have shrunk into a smaller space, makes the speed of the ball greater. Thus if by these the actions work out to be nearly equal, thus the author's rule happens to agree with our own, as for the 24 pound ball, which will have been fired with 16 lb. of powder ; but in the other cases one has no need to wonder, if the same depart very markedly from each other. Meanwhile we still have to consider the cause, that the numbers appear to be too large given in the above table, while we have assumed in which, that all the powder ignites at once, and also because of the loss of the driving force arising from the play-space not being drawn into the calculation. Meanwhile the ratio will still be of the same numbers measured reasonably correctly between themselves, of such a kind that if one knew approximately how large one of the same was, from that one could also improve the rest. Thus should a half-Carthaun ball through the action of 16 lb. of powder be given a speed of 1650 Eng. or 1601 Rh.ft. per second, thus our number would be only no further than 20 ft. too great, which difference will be impossible to perceive by means of experiments.

SECOND REMARK

We have assumed in this calculation, that the powder thus to be just as heavy as water, and consequently 850 times heavier than air, which may not depart markedly from the truth. Because although the powder grains fall to the bottom in water, thus on the other hand one considers from so much air trapped within the grains, that a cubic foot of powder can weigh even roughly as much as water. If we use the author's rule, namely

$$v = \frac{1000bh}{k} l \frac{a}{b},$$

in order to find the speed of the ball, and the weight of the powder determined in such a way, that for a 24 pound iron ball, which fired with 16 of powder, from this comes a speed of 1650 Eng.ft. per second, thus the powder must be assumed to be 910 times heavier than air. But here the play-space has not been drawn into the calculation, which in cannon commonly works out to be the 15th part of the whole muzzle. Thus if we put in place, that the powder was in fact *m* times heavier than air, thus the weight of the charge *Q* shall be equal to the weight of a cylinder of air, of which the thickness is the same as the ball, but the height will be $= \frac{15}{16} mb$. And therefore this ratio itself will be $P:Q = \frac{2}{3} nc : \frac{16}{15} mb$, or as *k* to $\frac{16}{15} mb$*;* and therefore must be put in place according to the author's reckoning , from which arises $m = 853$, almost as we have assumed. But if we want to include the free-play in our calculation above, thus we must put the number 910 instead of the number 850 into the ratio P to Q, thus there comes about $P:Q = nc:1365b$, and since $a = ic$, thus there will be $a:b = 1365iP:nQ$, and $k:b = 910P:Q$. From this arises :

$$v = \frac{1000Qh}{455(2P+Q)} l \frac{2730iP - nQ}{nQ}$$

or

$$v = \frac{61494Q}{2P+Q} l \frac{65iP - 158Q}{158Q}$$

Rh. ft. for an iron ball. And according to the above proportion assumed between *P* and *Q,* there arises :

If $Q = \frac{1}{2}P$,

$$v = 12298,8 l \frac{65i - 79}{79},$$

if $Q = \frac{2}{3}P$,

$$v = 15373,5\, l \frac{195i - 316}{316},$$

if $Q = \frac{3}{4}P$,

$$v = 16771,1 l \frac{130i - 237}{237},$$

if $Q = P$,

$$v = 20498,0 l \frac{65\mathrm{i} - 158}{158}.$$

And from this the above table can be improved at discretion, or to be corrected anew.

We now want to calculate another table from these equations, which must be closer to the truth than the preceding ; and with that one can see to be more useful, to be worked out with smaller charges. To this end we will divide the weight of the ball, which we assume to be made of iron, into 6 equal parts, and the calculation set up from 6 different charges. In the first place the charge of powder is equal to the sixth part of the weight of the ball, then two sixths, three sixths, four sixths, five sixths, and finally six sixths, or the whole weight of the ball. Thus if the whole length of the piece was itself in the ratio to the diameter of the ball, as i to 1, and v the height indicated in Rh. ft., through which a body falling in a vacuum maintains an equal speed with the ball, thus for these the sixth value of the charge will thus be the value of v expressed. There shall be as before, namely P the weight of the ball, and Q the weight of the charge of powder:

If,	thus there will be
$Q=\frac{1}{6}P$	$v=4730{,}31l\,\frac{780i-316}{316}$
$Q=\frac{2}{6}P$	$v=8784{,}85l\,\frac{390i-316}{316}$
$Q=\frac{3}{6}P$	$v=12298{,}8l\,\frac{260i-316}{316}$
$Q=\frac{4}{6}P$	$v=15373{,}5l\,\frac{195i-316}{316}$
$Q=\frac{5}{6}P$	$v=18086{,}5l\,\frac{156i-316}{316}$
$Q=\frac{6}{6}P$	$v=20498{,}0l\,\frac{130i-316}{316}$

Because further from this the speed of the ball is based not so much on the name of the piece but rather on the size of the number i , thus in the first place we will put as before $i=18$, and from that to rise always by two as far as 40. So that all possible kinds of guns below can be understood. Since then also sometimes i may be an odd number, thus it will be easy to conclude the speed for this occasion from the next even number. But from this one can also find the speeds of shorter pieces, thus we will take $i=10$ for the beginning, and as above the speeds of the balls are calculated, expressed in Rh. ft. per second.

Value of i :	Charge					
	$\frac{1}{6}$ ball.	$\frac{2}{6}$ ball.	$\frac{3}{6}$ ball.	$\frac{4}{6}$ ball.	$\frac{5}{6}$ ball.	$\frac{6}{6}$ ball.
10	996	1155	1233	1256	1245	1206
12	996	1201	1295	1336	1342	1325
14	1019	1238	1345	1398	1417	1414
16	1039	1269	1386	1448	1478	1484
18	1056	1295	1420	1491	1528	1543
20	1071	1318	1450	1527	1571	1592
22	1084	1338	1477	1559	1608	1635
24	1096	1357	1501	1588	1642	1672
26	1107	1374	1522	1614	1671	1706
28	1117	1389	1542	1637	1698	1736
30	1126	1403	1560	1658	1723	1764
32	1135	1416	1576	1678	1745	1789
34	1143	1428	1591	1696	1766	1813
36	1150	1439	1605	1713	1785	1834
38	1157	1449	1619	1729	1803	1854
40	1164	1459	1631	1744	1820	1873

One can draw a variety of uses from this table, and which explains many more circumstances which occur in artillery. In the first place one sees from this, that if the charge of the powder be given according to the weight of the ball, the speed of the ball will always be greater, the longer the artillery piece shall be. This appears at once to disagree with experience, with what one usually finds if the speed of the ball in a very long piece were increased again, and from this basis people have tried to determine the most advantageous length of an artillery piece. But nevertheless the ball experiences air resistance in the piece, thus the same still not only greater than in free air, but also if the speed is very great, yet still a little less as behind the ball in the piece no vacuum can be found, as is accustomed to happen in open air. Predominating over this remains the driving force of the powder, as the longer the ball is found in the barrel, this force is still very considerable, and thus sufficient to increase the speed of the ball itself; and as for what value the friction reached, thus it is demonstrated already above that the same does not depend on the greater force of the powder to be drawn into the calculation. Therefore since the ball, as long as it is in the barrel, suffers no loss in speed, that it would not be exposed to a greater degree in open air, and also within which is forced forwards even more, thus it is impossible to understand how an overly great length of the barrel could diminish the speed of the ball. It could indeed happen, that if the piece had not been drilled in a straight line, the ball therein thus had suffered so great a change in its motion, that the same, if the piece were made shorter, and from this the curved part were cut off, then the ball would achieve a greater speed ; and this circumstance without any doubt happens in these experiments on which one usually bases this opinion.

One invokes such a case namely, that from a very long cannon a piece roughly $2\frac{1}{2}$ ft. long has been cut off, whereby one should have observed that from the same piece after this happening the balls were fired with a greater speed than before. Just this chance happening alone seems to prove that the bore of the piece was curved before, and that the speed reported had arisen not so much from the force of the gunpowder as from the forces of the piece. From this it is usually the case, as this opinion may be born out from the change which was made from the old cannon, which were much longer than those appointed today. For since one considers that through this change no small advantage has been obtained, thus one will conclude from this, that from a cannon cast by today's method the ball will be driven out with a greater speed than if the same were longer. But one perceives this through no able experiment, only perhaps it comes about as one observes, that an old cannon of 96 lb. does not shoot as far as a modern whole cannon of 48 lb., the former regardless still being longer than these. Now if equally in both cases the charge of powder has been given in proportion to the weight of the ball, thus it is still to be noted that the speed of the ball does not depend so much on the length of the cannon as on the caliber number. Therefore such a 96 pound cannon may well be longer than a whole modern Carthaun, yet regardless of its length it may still be of a smaller caliber ; and if a 96 pound cannon should fire its ball with the same speed a whole Carthaun has driven out its 48 pound ball, thus the former must be around a fourth part longer than the latter.

But the main reason why the old long and heavy cannon were abolished, without doubt was the difficulty with size to be dragging the same in the field, which is compensated neither by the size of the balls nor by their greater speed. Because if a breach in a wall should be shot, thus a ball twice as heavy does not have twice as strong an effect, while it does not make a hole twice as large in the wall which is required to be destroyed ; therefore two shots with a ball half as heavy far more in line can be used, and thereby costing no more than one shot from a double cannon. For this reason we will no longer use the whole 48 pounder Carthaun to make a breach, while one can with less effort and cost perform the same task with the half Carthaun. But on the other hand the whole Carthaun can be used at sea with far greater advantage than the half. For if a ship were hit from a whole Carthaun well under water, thus the hole left will not only not be so easily closed, but as well the ball produces so many splinters, that people standing a good distance from that may be injured or killed.

For the remaining it is not always necessary that the ball be seen to have such a great speed. For if the ball were fired out so quickly that it would either be able to strike the wall, or the water at a known depth and to drive through the ship, thus it would be unnecessary and in certain cases disadvantageous to have a greater speed impressed. Now if a 24 pound ball were fired from a half Carthaun with 12 lb. of powder does the desired effect, thus amounts to this required degree of speed not beyond 1500 ft. per second. On determining the length of cannon for battery pieces thus it is come upon that a 24 pounder ball be impressed with a speed of 1500 ft. per second. Now should this be accomplished with 12 lb. of powder, thus the cannon must be the length of the 24 Caliber, which is the customary size of the half Carthaun. But if one wished to carry out the same effect with less powder, thus the cannon must be made much longer ; thus if one wanted to use only 8 lb. of powder, thus 40 caliber would still not be sufficiently long for the length of the piece. But if one should wish to apply more powder to every shot, thus something could be gain on the length of the cannon : thus if it were wished to use charges of 16 lb. of powder, thus the length of the cannon would work out to be less than only 19 caliber. But if a charge from 20 lb as far as 24 lb. of powder were wanted, thus a cannon not shorter than 17 caliber could be used. Thus if the expense of the powder could be compared with the pains encountered with the length and hence with the weight of the cannon, thus it would be easy to determine from this the most advantageous length of the cannon. At least so much can be seen from this, that it is more advantageous to use 12 lb. of powder, and the cannon to be made 24 caliber long, than to economize on a charge of 4 lb., but against making a cannon more than 40 caliber long. What follows from the charge of 16 lb. of powder, thus appears an advantage of 5 caliber, which one gains on the length of the cannon, without regard for the greater cost of replacing the powder. Therefore the useable charge of 12 lb. of powder and the length of the piece of 24 caliber seems to be the most convenient.

On the other hand, since a larger ball in the air loses less of its speed than a smaller one, thus also it is not necessary that it should have so great a speed impressed on it by the powder than the smaller. Therefore a 48 lb. ball can get through an equal depth as a 24 ball into a wall, even if the first speed is smaller than the latter. If all the Carthaun pieces are prepared for this purpose, thus the necessary speed of a 48 pounder ball must be 1420 ft. per second. Now if it is wished to achieve this speed with 16 lb. of powder, thus the cannon must be 34 caliber long, such a machine would be completely unpractable. But if a charge of 24 lb. of powder be used for a shot, thus a length of 18 calibers suffices, which is the most advantageous of all : while, if more powder will be used in a shot, such as 32 lb., then a length of only 2 caliber would be gained.

But should small balls go just as far as a 24 pounder, which will be fired with a speed of 1500 ft. per second, thus the same must have a greater speed initially because of the greater resistance. Thus everything depends on the end result, which is established by a general method of shooting. For from that the speed is known which the ball must have as it moves out of the piece, and from this one can further find the most advantageous length of the piece, in addition to finding the best charge of powder. We will establish, that an artillery piece is required, from which an 18 pound ball must be fired with a speed of 1650 ft. per second. If one now casts an eye to see the rates on the given table, thus it is seen easily, that neither these with a charge of 3 lb., 6 lb., nor still 9 lb. of powder can happen, meanwhile also in the last case the piece must still be 40 caliber long. From that 12 pounds of powder will be used, thus the cannon must be 30 caliber long ; but for 15 pounds of powder it will be no longer than 25 caliber long, and for 18 pounds of powder it cannot be greater than 23 caliber long. By the last cases it can be seen, that around 2 calibers less will need no more than 3 pounds of charge, but 5 caliber needs an increase of charge of about 3 pounds put in place. Therefore the most fitting cannon will be 30 caliber long, and the charge 12 pounds weight to be taken. This circumstance happens indeed for the Feld-Schlangen, the final result of which consists in shooting straight to great distances.

THIRD REMARK

If we now put these determinations as the basis, which are confirmed by experiment, thus the following rule can be derived, by means of which one can determine the most advantageous length of cannon in addition to the corresponding charge of powder, for any given speed which shall be communicated to the ball.

Let n be the number of Rh. ft. described by the ball per second; i shall be the number of calibers or diameters contained in the length of the cannon, and the ratio of the charge to the weight of the ball shall be as *m* to 1, that is there shall be $Q = mP$. Now since above *v* denoted the height, through which a body falling obtains the same speed as the ball, thus there is

$$n = \tfrac{1}{4}\sqrt{1000v} \ [\doteq 7.9\sqrt{v} \text{ ft./sec.}],$$

[which thus agrees approximately with $g = 32\text{ft.sec}^{-2}$] and consequently,

$$v = \tfrac{16nn}{1000}.$$

But above it has been found that

$$v = \frac{61494Q}{2P+Q} l \frac{65iP-158Q}{158Q}$$

or

$$v = \frac{61494m}{2+m} l \frac{65i:m-158}{158}$$

Rh. ft. But in the above determination of the cannon, which is confirmed by experiment, *i* to *m* contains almost the very same ratio, which for the half Carthaun thus to be made 24 calibers long, is as 48 to 1. For the whole Carthaun this ratio arises, namely $i:m = 36:1$, but in the other kinds of pieces the value of $\frac{i}{m}$ lies between 48 and 36. Since one now holds the half-Carthaun to be better in its kind than the whole-Carthaun, thus the most favorable value of the fraction $\frac{i}{m}$ must be closer to 48 than to the number 36; and since also the half-Carthaun is accustomed sometimes to be made only 22 caliber long, from which there becomes $\frac{i}{m} = 44$, thus we have to assume in all cases, that in practice one approaches closer to perfection, putting the value 45:1 in place. Thus let $\frac{i}{m} = 45$; and one can at once find from this the best charge for all kinds of cannon, if the same lengths are known in calibers. One may only divide the caliber number by 45, thus the quotient will show what part of the weight of the ball must be assigned to the powder. Thus if a piece is 30 calibers long, then the most efficient charge will be $\frac{2}{3}$ of the weight of the ball. And on the other hand, if the charge depends on the weight of the ball, or the letter *m* is known, thus one finds from this the best length of the cannon in calibers to be expressed thus by $i = 45m$. Thus if the charge should be equal to half the weight of the ball, so the length of the cannon must be contained in $22\frac{1}{2}$ calibers. But if one wished the charge to be put equal to the whole weight of the ball, then towards this most appropriate end the cannon must be 45 calibers long.

Since we have now discovered the best ratio between *i* and *m*, thus one can easily determine from this the most appropriate length of the cannon possible, besides the given charge by which the ball is fired from the cannon. For the fraction always contains the same value $\frac{i}{m}$, thus also for all cases the logarithm $l\,\frac{65i:m-158}{158}$ remains the same; by which the calculation will be uncommonly eased. Thus there is put $\frac{i}{m}=45$, and so there becomes

$$l\,\frac{65i:m-158}{158}=l\,\frac{2767}{158}=2,86292.$$

Since now $v=\frac{16nn}{1000}$, thus there will be

$$v=\frac{16nn}{1000}=\frac{61494\ m}{2+m}\cdot 2,86292 \text{ or } nn=\frac{11003300\ m}{2+m},$$

from which thus there comes

$$\frac{2+m}{m}=1+\frac{2}{m}=1+\frac{90}{i}=\frac{11003300}{nn}.$$

Now the following table is to be calculated from this formula, which assigns for any single designated speed of the ball, the length of the cannon in calibers, and the charge in thousandth parts of the weight of the balls:

Speed of the ball in Rh. ft. per sec.	Length of cannon in calibers and 100th parts of calibers	Charge of powder in 1000th parts of wt. of ball.
500	2,09	46
550	2,54	57
600	3,04	68
650	3,59	80
700	4,19	93
750	4,85	108
800	5,56	124
850	6,32	141
900	7,15	159
950	8,02	179
1000	9,00	200
1050	10,02	223
1100	11,12	248
1150	12,29	273
1200	13,55	308
1250	14,89	331
1300	16,33	363
1350	17,87	397
1400	19,51	434
1450	21,26	484
1500	23,14	514
1550	25,14	559
1600	27,29	606

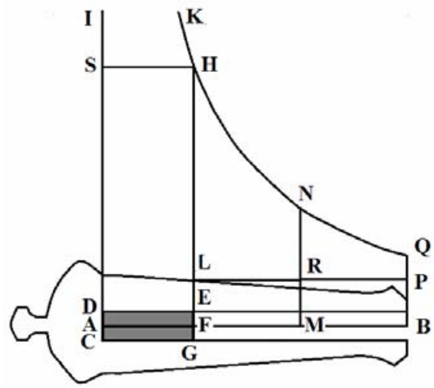
1650	29,59	659
1700	32,06	712
1750	34,71	771
1800	37,56	835
1850	40,63	903
1900	43,95	977
1950	47,53	1056
2000	51,40	1142
2050	55,61	1236
2100	60,20	1338
2150	65,20	1449
2200	70,68	1571

By means of this table it is easy, for any single given case, to determine the most appropriate length of cannon, together with the charge pertaining to that length, if one knows only the speed of the ball, which is possible to support the proposed final purpose. But it is often the most difficult to find this degree of speed, while in addition one has not been in a position to measure the speed of a cannon ball, even roughly. But since one can calculate the speed of the ball from the length of the cannon and the size of the charge apparently accurately, thus one need only before already have fired a shot from a cannon with various charges, and see whether one is yet sufficient to accomplish the desired final effect: and in this way one can thereupon from that determine the required speed through calculation. It is to be noted however, that one must use this test-piece with just as large a ball as for the cannon sought, and also the same distance must be employed, because the air resistance acting exerts an unequal effect, both on balls of unequal sizes, as well as for the same ball at different distances. But this inequality shall be considered in the following manner, that the test-piece must be used also with balls of greater or lesser size, and at different distances, from which one may determine the most useful speed. Thus if for the breach gun a 24 pounder ball must be expelled from the cannon with a speed of 1500 ft. per second, thus one sees from the given table, that for this purpose the best cannon is $23\frac{14}{100}$ calibers long, and that the charge of powder to be $\frac{514}{1000}$ of the weight of the ball or must be given a weight of $12\frac{1}{3}$ pounds, which agrees very well with the usual calculation of the half-Carthaun. But there are many occasions, in which it is not necessary that the ball has so great a speed as to rebound from the VAUBAN batteries, and if only people are to be killed at no great distance. If now to this end a speed of 1000 ft. per second were sufficient [Lombard, in the French edition, regards even this speed excessive for balls to rebound], thus from that the most useful cannon to be allowed cannot be more than 9 caliber long, and the charge of powder calculated to be not more than fifth part of the weight of the ball. But if to this end one wanted no special cannon to be constructed, some such other, which actually determined for some other purpose, and made much longer, thus one could still not spare any powder : while, for example, according to the above table, if the cannon were 20 caliber long, not an sixth part of the weight of the ball is needed, if a speed of 1000 ft. per sec. should be yielded to the ball. But if one wished to be certain to fire a cannon ball from a very great distance, and for this purpose the ball must have a speed of 1900 ft. per second, thus this purpose could not be fulfilled by any kind of Carthaun cannon made, since the best cannon must be almost 44 calibers long, and the charge of powder taken almost equal to the whole weight of the ball. With such a cannon one can also shoot much further, only if the ball were not taken smaller than with a Feld-schlange, which will be 30 caliber long, and charged with $\frac{2}{3}$ of the ball's weight. One could construct such a cannon according to this table, which impresses the ball with a still greater speed, if such were required.

FOURTH REMARK

If from this method one has found for a given ball both the length of the cannon as well as the size of the charge, thus it is easy from that to determine the required thickness of the metal at all places, and to make a suitable break in the whole cannon. For this reason the length of the cannon is divided for convenience into two parts, of which the hindmost part holds within it the charge of the powder, the foremost part provides the way along which the ball will be pushed. The thickness of the rear part must be determined from the force of the powder at the first instant of the ignition, which is greatest, before the ball will have proceeded from its place. Thus if we consider with the author, that the first force of the powder is 1000 greater than the pressure of the atmosphere, which will be equal to the weight contained by a water column 32 ft., thus the bottom piece must be so strong, that it can withstand the pressure of a water column which is 32000 ft. high. Therefore if one could calculate exactly the strength of the metal, from which the cannon were made, thus one could from that determine the thickness of the base part. For we have proven above in the third remark to the 9th Proposition of the first chapter, that the thickness of the metal to the diameter of the ball must always have one and the same ratio. Therefore if one wished to find in a single case, how the ratio of the thickness of the metal at the base of the artillery piece [*i.e.* the breech] to the diameter of the ball must be, thus this same ratio would find a place for all other kinds of cannon. But it has been found from experience, that in the carthaun the thickness of the metal at the breech must be equal to the diameter of the ball, from which this general rule follows, that all cannon must always be taken in this given ratio of the thickness of the metal on the bottom piece to the diameter of the ball. This rule is based on these two parts, namely on the strength of the metal, and on the power of gunpowder. Should another combination be found, which should prove to be even stronger, thus a smaller thickness of metal for the breech would be sufficient to contain the strength of the powder. But if on the other hand the force of the powder should be increased, thus the thickness of the cannon must be taken greater. For if also the charge of the powder were diminished equally in this case, thus the expansion force in the first instant of the combustion not be smaller because of that, than if the charge were taken to be greater. From which it is apparent, that if the force of the powder could be made markedly greater, all current cannon would become unusable. But as long as one and the same powder is used, thus the bottom part of the cannon can sustain one and the same force, and the charge can be taken greater or smaller. However, if the thickness is able to resist the force of a smaller charge, thus it will not be able to resist a much greater charge, thus bursting the breech. With this in mind, the front part or muzzle of the cannon is always made quite different. For since the force of the power decreases so much, as it has already expanded out into a greater space, thus it is clear that in every part of the muzzle thus so much greater a force has to be sustained, the greater the charge of powder taken. If therefore the muzzle of a cannon is to have the proper strength, then it must be determined from the greatest charge that always can be used.

It may mean for example that *AF* shall be the greatest charge, which can always be found in the cannon *AB*, thus *AF* is the breech, and *FB* the muzzle ; for all those parts the thickness of the metal must be approximately equal to the diameter of the ball, and since the force on the breech is equally great, thus also it is not necessary that the rearmost part *A* be caste



stronger than at *F*. Thus from this consideration one should look out for insufficient metal in the casting of the cannon and the same will be made lighter without danger. For if the thickness at *E,* which is already a little smaller than the diameter of the ball as it is customary to put in place, is strong enough to resist the power of the powder, thus at *D* no greater strength is required. [Lombard in the French translation indicates that the greater thickness of the breech helps to absorb the excess heat generated, which Euler seems to have overlooked.] But what the muzzle *FB* attains, thus it is easy to determine the force of the powder at any point reached *M*, through which it has acted, if the ball is driven forwards as far as that point. Following the author's rule the ratio this force to the first force of the powder, which the breech sustains, is as *AF* to *AM*, and consequently the thickness of the metal at *M* may become that much less than at *F,* as thus *AF* is so much smaller than *AM* ; thus the outer figure of the cannon must be a hyperbolic curve. After our determination of the force of the powder it is taken, while the ball leaves thorough the muzzle *FB*, but after a greater proportion, and thus the muzzle is allowed not to be so strong than the author's rule. Since the two rules have been based on the sudden ignition of powder, and in fact the ignition happens gradually, thus the force will depend on the greater force of the breech, which the muzzle has to withstand, rather than according to the rules cited, and consequently the thickness itself must be a little greater than found according to these rules.

But if the gradual ignition of the powder can be brought into the calculation, thus another reason still is found, which makes the determination of the strength of the muzzle much harder and almost impossible. There is present also the fact that the muzzle is not only exposed to the force of the powder alone, but also has endure a considerable force from the ball while it travels along the bore. Truly if the bore of a cannon were bored completely in a straight line, and the ball were driven constantly along this straight line, thus it would exert not the slightest force on the bore and glide through that without disturbing the cannon from which it came, while the weight of the ball which pressed on the underside is not considered to act. But if the bore of the cannon were only a little curved, and consequently the ball were compelled to deviate from its original direction of impression, thus one can well see that then the ball must be driven back from the cannon according to the force known as the centrifugal force. Now this force can be quite considerable ; then if we put in place that the muzzle is to be curved in the form of a circular arch somewhere, the radius of which $= r$, and that the speed of the ball will be determined through the height v, thus the pressure of the ball on the inner wall of the cannon will be in the ratio, as $\frac{2v}{r}$ to 1. Thus if this curvature of the bore of the cannon thus arises from a circle of which the radius $r = 100$ ft., the same curvature observed in a short length is barely to be noticed, and if the same ball may have a speed of 1500 ft. per second, thus there would be $v = 36000$ ft., and the cannon would be pressed at this place by a force which would be 720 times greater than the weight of the ball, the action of which would be so much greater, since this whole force acts only at very small place, in which the ball disturbs the metal, than these places resulting from the expansion force of the powder. But this circumstance can also arise, if equally the bore of the cannon were bored completely straight : for if the ball through the force of the powder were not driven fully forwards, thus it is just so much as if the bore had a small curvature depending on the speed of the ball, and the cannon even in this case is subject to the force as before. But there are many reasons why the ball which will be pressed on by the powder can deviate a little from the direction of the cannon: where in particular the play-space to be considered, and if the direction of the driving force does not always go through the mid-point of the sphere. Now these are the circumstances, which can be carried out sometimes more and sometimes less : and in the same the true reason appears to be hidden, why occasionally a cannon shatters from a medium charge, after the same was intact after a number of stronger charges. [We would now consider this as due to metal fatigue caused by repeated firing.] For this reason thus it is the greatest necessity, than one must make the muzzle of the cannon a little stronger, than after any one of the above rules would require, thus for the most part these same uncertain forces are required to be added to the resistance. But longer rather than shorter cannon determine this force of the ball ; for the longer the cannon is, the sooner and easier the circumstance occurs, that the direction of the ball deviates a little from the axis of the cannon. After that also the ball in longer cannons obtain a greater speed, through which the centrifugal force will be much more noticeable, as that grows as the square of the speed.

Finally it cannot be passed over in silence, that the motion of the ball suffers no small interruption itself by this pressure against the cannon. For through that the friction which otherwise was not unusual as has been shown above, will be very much increased the stronger the ball is pressed against the other. Therefore since this pressure is based on very well understood principles, thus it can easily come about that for the same balls, which are shot out of a cannon with the same charge, similarly a difference in their true speeds can be discerned. Nevertheless it seems still, that one through great diligence these inaccuracies for the most part should be able to be removed ; namely if one bores out the cannon perfectly straight, afterwards make the balls perfectly round, and thirdly for the charge all care would be exercised, so that the centre of the ball would come to lie accurately on the axis of the bore, and cannot depart from that in the final speed. From this method the cannon not only would not have to withstand so great a force ; but also one could leave the shots themselves much surer, as in the following will be demonstrated fully.

FIFTH REMARK

Further it is clear and distinct in itself in this proposition that the author objects to the absurd idea of those, who assert that initially a cannon ball proceeds along a known way forwards along a completely straight line, while the first speed of such a ball is so great that the curvature of its path, which is caused by the weight, can still is not perceptible in a similar distance. For if the speed may be indicated by the height v, and the ball were fired along a horizontal direction, thus the radius of the circle which has the same curvature as the trajectory of the ball, must be equal to a length of $2v$. Since now, if the speed of the ball amounts to 1500 ft. per second, there will be $v = 36000$ ft., thus the path of the ball will have no greater curvature than a circle, the radius of which is 72000 ft. But this curvature is so small, that it first describes a degree in a distance of 1256 ft. Now on account of the air resistance this same distance will be a little less, but thus the same remains still large enough, that in practice one can assume a straight line without error for a very great part of the trajectory, which is accustomed to be called the point-blank range by artillerymen. But because we will be examining these matters more fully in the following, on that account we will not tarry longer ourselves, as what the author brings forwards considering the strongest charges of a cannon in this proposition we have already attended to in the fifth remark of the covered in the following in due course, let us not tarry longer with these, as that still, which the author advances in this proposition concerning the strongest charges of a cannon, since we have treated this matter more fully above in the fifth remark to proposition XI, and have given a table for the strengths of the same charges. Meanwhile this fact remains, that for each single cannon it gives a specified charge, by which the ball will have been imparted the greatest motion, from which the table indicates at once from our second remark given to the same proposition : while we see from the same, that from a cannon, which is 10 calibers, the ball will have been fired out from this with a charge of $\frac{2}{3}$ of the weight of the ball faster than with a greater charge. Still in the same table, this strongest charge is apparent also for 12 and 14 caliber long cannons, as from which the ball with a charge of powder equal to the whole weight of the ball will not be driven out so quickly as by smaller charges.

The author determines the size of the greatest charge from his rule, by which he specifies the speed of the ball, and which is contained in the following form:

$$v = \frac{1000bh}{k} l \frac{a}{b}.$$

Now since in this form very many circumstances have been left unattended, which still can be generated with hardly any change, thus it is little wonder that his motion of the strongest powder does not agree with ours. From this formula the author finds, that for the strongest charge the length b of the space, which the powder fills, to the whole length of the piece *a* must always have one and the same ratio, namely as 1 to the number 2,71828, for which the hyperbolic Logarithm $=1$; but according to our rule this ratio is not always the same, as it depends on the caliber number, which are contained in the length of the piece *a*, as well as on the material of the ball, as is apparent from the above given table: meanwhile there is still quite a coincidence permitted between the ratio in this table and that considered by the author. But it is itself clear that this ratio follows from the author's formula by the theory of maxima and minima. For since *k* and *h* are constant magnitudes, thus the case arises from that only, that one must determine the value of *b*, so that $bl\frac{a}{b}$ will become the greatest value. To this end one must differentiate this quantity $bl\frac{a}{b}$ in such a way that *b* may be taken as the only variable: since there becomes :

$$d\left(bl\tfrac{a}{b}\right)=\left[d\left(b\left(la-lb\right)\right)\right]=dbl\tfrac{a}{b}-db.$$

According to the known rule, one must further put this equal to zero, thus one has

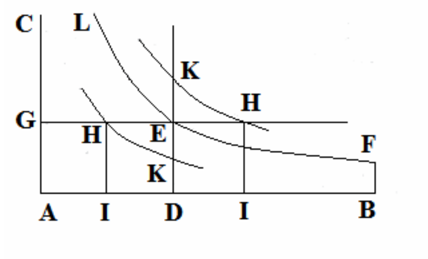
$$l\tfrac{a}{b}-1=0 \text{ or } l\tfrac{a}{b}=1.$$

Now because here we are discussing hyperbolic logarithms, thus the number 2,7182818 which has already been used often, must be equal to $\frac{a}{b}$, for which the hyperbolic Logarithm $=1$: consequently there becomes

$$\frac{a}{b}= 2,7182818 \text{ or } b:a=1:2,7182818,$$

as the author found. Now since $l\frac{a}{b}=1$, thus the greatest speed arising from the height *v* according to the author, is of this form

$$v=\frac{1000bh}{k}.$$



But so that from this speed the ball may be equal to another smaller speed, as the author has done, thus one only has to consider that the hyperbola *LEF*, since $AD = b$ and $AB = a$, in the first place the rectangle *ADEG* has a constant magnitude, and that further the ratio of this rectangle to the area of the figure *EDBF*, shall be as 1 to the hyperbolic Logarithm of $\frac{AB}{AD}$. Now since this logarithm is equal to 1, thus the figure *DEFB* must be equal to the rectangle *AGED*. We will put the line $DE = f$ in place, thus the figure *DEFB* will be expressed by $bfl\frac{a}{b}$, that is by *bf*. One now considers another charge, which fills the breech from *A* as far as *I*, and take $AI = ß$, thus the square of the greatest speed to the square of this speed arising from this charge *AI* shall be in the ratio, as bf to $\beta fl\frac{\alpha}{\beta}$. But there is

$$l\frac{a}{\beta} = l\frac{a}{b} + l\frac{b}{\beta} = 1 + l\frac{b}{\beta},$$

because $l\frac{a}{b} = 1$, thus that ratio will be as bf to $\beta f + \beta f\, l\frac{b}{\beta}$. But from the previously mentioned nature of the hyperbola, $\beta f\, l\frac{b}{\beta}$ expresses the area of the figure *IHKD*, and βf is equal to the rectangle *AGHI*, as *bf* is equal to the rectangle *AGED* ; therefore there is :

$$\beta f + \beta f\, l\frac{b}{\beta} = AGHI + IHKD = AGED - HEK.$$

Consequently it follows that the square of the greatest speed is to the square of the speed arising from the charge contained in *AI* , as *AGED* to $AGED - HEK$, as the author finds. We have considered the case here, that the charge *AI* is smaller than the strongest *AD;* but if *AI* is greater than *AD*, and $\beta > b$: thus the proof is one and the same with the previous, if one only observes in this case the figure *DKHI* is not expressed by $\beta f\, l\frac{b}{\beta}$, but rather by $\beta f\, l\frac{\beta}{b}$; or by $+\beta f\, l\frac{b}{\beta}$.

Nevertheless we have already determined the strongest charge arising from a formula which gives results nearer the truth than that of the author ; thus the letter *a* still does not give the whole length of the breech, but only indicates a part of the same, so that in the same table it must be understood that the length is always a longer than these indicated.

Now in order to replace this deficiently, thus we will use our last formula, which has been used here for the determination of the speeds, also derive the strongest charges, because these by this method must come far closer to the truth. Our equation is now, if the play-space is taken into the calculation :

$$v = \frac{1000bh}{k+455b} l \frac{2a-b}{b}.$$

This will be a maximum, if $\frac{1000bh}{k+455b} l \frac{2a-b}{b}$ contains the greatest value. In order to find this value, thus this formula is differentiated, while only *b* is considered as a variable, and putting that differential equal to zero, it is found thus :

$$\frac{kdb}{(k+455b)^2} l \frac{2a-b}{b} - \frac{2adb}{(k+455b)(2a-b)} = 0$$

or

$$l \frac{2a-b}{b} = \frac{2a(k+455b)}{(2a-b)k}.$$

Putting

$$\frac{2a-b}{b} = u,$$

so that

$$b = \frac{2a}{1+u}$$

and

$$lu = 1 + \frac{1}{u} + \frac{910a}{ku}.$$

If we now put in place, that the piece is *i* calibers long, and the material of the ball to be *n* times heavier than air, thus there becomes :

$$k : a = 910 : \frac{1365i}{n},$$

consequently there is found :

$$lu = 1 + \frac{1}{u} + \frac{1365i}{nu}$$

Further if the ball were made from iron, so that $n = 6650$ and $\frac{1365}{n} = \frac{1}{5}$ approximately, so that the difference need not be considered. Therefore one has

$$lu = 1 + \frac{i+5}{5u}.$$

From this equation the general value of *u* still cannot be determined; but in each particular case it is easy to establish the same by an approximation. In order to give an example of this, so we put $i = 30$; thus there becomes :

$$lu = 1 + \frac{7}{u}.$$

Now if one has a table of hyperbolic logarithms at hand, thus one can soon see, that *u* lies between 7 and 8. Thus if one gives *u* these two values, and notes by each difference the following form :

$u = 7$	$u = 8$
$lu = 1,945909$	2,079441
$1 + \frac{7}{u} = 2,000000$	1,875000
Difference $-0,054091$	$+0,204441$

Because these two differences have different signs, thus one must add these together, and one can say according to the rule of false position, as this sum has the proportion to 1, namely to the difference between the two values of *u* considered, thus as the ratio itself 054091 is to the excess of the true value of *u* over 7, which will be found $= 0,21$, thus $u = 7,21$. Because now $a = 30c$, thus there will be $b = \frac{60c}{8,21} = 7,31c$. From this one can further determine the weight of this strongest charge depending on the weight of the ball. For, if the weight of the ball $= P$, the weight of the charge $= Q$, and one puts $Q = mP$; thus approximately, $m = \frac{b}{5c}$. Thus from this basis the following table can be constructed :

Table for the strongest charge

Length of the whole barrel in calibers	Length of the breech in calibers	Weight of powder in 100th parts of weight of ball
2	0,82	16
4	1,54	31
6	2,18	43
8	2,78	56
10	3,35	67
12	3,86	77
14	4,30	86
16	4,77	95
18	5,20	104
20	5,59	112
22	5,96	119
24	6,32	126
26	6,66	133
28	6,99	140
30	7,31	146
32	7,61	152
34	7,90	168
36	8,18	163
38	8,44	169
40	8,69	174
42	8,93	179
44	9,18	184
46	9,42	188
48	9,66	193
50	9,89	198
52	10,11	202
54	10,31	206
56	10,51	210
58	10,71	214
60	10,90	218

Since this table has been generated from that formula, which we have finally found, and in which all the circumstances besides of the gradual ignition of the powder were drawn into the calculation, thus there is no doubt, that in this table the strongest charge given corresponds closer to the truth than that which have been found following the author's rule, or contained in the above given table. In the first place one sees, that in this table the strongest charges are found to be smaller than in the above [given at the end of proposition XI of the first chapter] ; and if one further equates the same with the author's rule, thus one finds that if the length of the barrel is smaller than 6 calibers, here the given strongest charge is to be greater than according to the author. By taking 6 calibers the same agree with each other fully, and if the barrel is longer than 6 calibers, thus our charges weaken the longer the barrel from the author's rule. For if the barrel is 60 calibers long, thus according to the author's rule the length of the breech comes out around 22 calibers, there our rule works out not even half as much. And if it were possible, to make a barrel as long as 10000 calibers, thus would the required charge for the strongest shot possible take no more than a space of $49\frac{3}{4}$ calibers, and this charge would be almost ten times greater than the weight of the ball. But if one wished still to draw the gradual ignition of the powder into the calculation, thus after all considerations, the greatest charges would come out from this even smaller, since according to that one has less cause to doubt that the author's rule indicates these charge to be far too large.

ERSTE ANMERKUNG

Nachdem der Autor im ersten Kapitel nur die Geschwindigkeit von kleinen Mußketen-Kugeln ausgerechnet, und durch die Erfahrung vermittelst seines Penduli bestätiget hätte, so ziehet derselbe allhier die Canonen-Kugeln in Betrachtung; und da die Geschwindigkeit derselben nicht durch die vorher gebräuchte Maschine bestimmt werden kann, so begnugt er sich, dieselbe bloß allein aus seiner Theorie heraus zu bringen. Denn, weil bey kleinen Kugeln sich kein merklicher Unterscheid zwischen der Theorie und der Erfahrung geäußert, so könnte er mit dem grösten Grunde vermuthen, daß die Theorie auch bey Grössen Kugeln mit der Erfahrung übereinstimmen würde. Und ob zwar gleich der Spielraum in Canonen nach Proportion weit grösser ist, als in Mußketen, und dadurch folglich vielmehr von der forttreibenden Gewalt des Pulvers verlohren geht, so ist hinwiederum bey Canonen-Schussen die Erhitzung, welche durch die Entzündung des Pulvers verursachet wird, seiner Meynung nach grösser, als in kleinen Schießgewehren; und da hierdurch die forttreibende Kraft des Pulvers vermehret wird, so mag durch diesen Zuwächs der Gewalt der gedachte Abgäng ungefehr ersetzet werden. Wir haben schon oben bemerket, wie viel Umstände der Autor in Berechnung der Geschwindigkeit der Kugel aus der Acht gelaßen. Da aber dieselben haupsächlich bey Untersuchung der Natur und der wahren Kraft des Pulvers in Betrachtung gezogen werden mussen, so kann es zu dem genwartigen Endzweck genug seyn, eine solche Formul, wodurch die Geschwindigkeit der Kugel ausgedrückt wird, zu erwehlen, welche mit der Experientz bey kleinern Kugeln übereinstimmend befunden worden, wenn in derselben auch gleich nicht auf alle Umstände gesehen wird. Denn es ist zu vermuthen, daß eine solche Regel, welche für kleine Kugeln der Wahrheit gemäß gefunden worden, auch für Grösse Kugeln nicht so sehr ·von der Wahrheit abweichen werde; insonderheit da man in diesem Stück keine vollkommene Erkenntniß hoffen kann.

Wir wollen also hierzu die in der Anmerkung zu dem letzten Satz des vorigen Kapitels gegebene Formul gebrauchen, als welche keine weitläuftige Rechnung erfordert, und für kleine Kugeln fast eben diejenige Geschwindigkeit gibt, welche durch die Erfahrung befunden worden. Da sich aber in derselben zwey Buchstaben *m* und *n* befinden, welche auf der Gute des Pulvers beruhen, so wollen wir dafür diejenigen Werthe ansetzen, welche das Gouvernements Pulver, so der Autor gebräuchet, denselben beyleget; es wird also ungefehr $m = 244$ und $n = 850$. Dieses vorausgesetzt, so sey die Länge des ganzen Laufs *a*, die Länge des Raums hinter der Kugel, welcher mit Pulver ausgefullt wird, $= b$, und *k* die Höhe einer Luft-Säule, so dem Gewicht der Kugel gleich ist, und *h* die Höhe einer Luft-Säule, welche die Elasticitat der Luft ausmißt, dergestalt, daß $h = 27980$ Rheinl. Schuh, wie wir befunden. Endlich sei *v* die Höhe, aus welcher ein fallender Körper eben diejenige Geschwindigkeit erlanget, mit welcher die Kugel heraus getrieben wird, und da hätten wir diese Vergleichung gefunden:

$$= \frac{244\beta bh}{k+425b} l \frac{800a-396b}{404b}.$$

Es ist aber nach dem Autore $244\beta = 1000$, und wenn wir in dem Bruch

$\frac{800a-396b}{404b}$ für die Zahlen 396 und 404 die runde Zahl 400 setzen, als wodurch der Werth dieses Bruchs nicht merklich verändert wird, so bekommen wir

$$v = \frac{1000bh}{k+425b} l \frac{2a-b}{b}.$$

Setzt man nun hier für des Autoris erstes Experiment
$a = 45$ Zoll, $b = 2\frac{5}{8}$ Zoll, $k = 4900$ Zoll, so kommen für die Geschwindigkeit der Kugel 1684 Englische Schuh in einer Secunde, welches mit der Wahrheit ziemlich genau übereinstimmt. Wenn nun *c* für den Diameter der Kugel gesetzt wird, und die Materie der Kugel *n* mahl schwehrer ist, als die Luft, so wird $k = \frac{2}{3}nc$. Da nun das Gewicht des Pulvers ist $= 850b$, so wird sich das Gewicht der Kugel zum Gewicht der Ladung verhälten, wie *k* zu 850*b*. Es sey also das Gewicht der Kugel *P*, das Gewicht der Ladung $= Q$, so wird seyn $k : 850b = P : Q$ und also $k : b = 850P : Q$. Derowegen da in den Schussen die Verhältniß zwischen dem Gewicht der Kugel und des Pulvers gegeben zu werden pflegt, so entspringet hieraus diese Aequation

$$v = \frac{1000Qh}{425(2P+Q)} l \frac{2a-b}{b},$$

oder da $h = 27980$ Rheinl. Schuh, so wird

$$v = \frac{65700Q}{2P+Q} l \frac{2a-b}{b}$$

Rheinl. Schuh. Ferner da $k = \frac{2}{3}nc$, so wird

$$P : Q = \tfrac{2}{3}nc : 850b = nc : 1275b,$$

folglich

$$b = \frac{nQc}{1275P};$$

und wird also *b* durch den Diameter der Kugel *c* bestimmt. Es pflegt aber auch die Länge des Stücks *a* in solchen Diametern ausgedrückt zu werden; wenn wir also setzen, daß $a = ic$, so wird

$$a : b = i : \frac{nQ}{1275P} = 1275iP : nQ$$

und also wird

$$v = \frac{65700Q}{2P+Q} l \frac{2550iP - nQ}{nQ}$$

Rheinl. Schuh. Wenn nun, wie für die Canonen zu seyn pflegt, die Kugel von Eisen ist, so wird $n = 6647$ oder 6650, dahero für eiserne Kugeln seyn wird

$$v = \frac{65700Q}{2P+Q} l \frac{51iP - 133Q}{133Q}$$

Rheinl. Schuh. Wenn also die Ladung Q halb so schwer genommen wird, als die Kugel P, so bekommen wir

$$v = 13140 l \frac{102i - 133}{133}$$

Rheinl. Schuh. Betragt aber die Ladung Q $\frac{2}{3}$ des Gewichts der Kugel P, so wird

$$v = 16425 l \frac{153i - 266}{266}$$

Rheinl. Schuh, und diese zwey Fälle werden hier von dem Autore in Betrachtung gezogen. Wir wollen aber noch über dieses setzen, daß die Ladung Q drey Viertel des Gewichts der Kugel ausmache, so wird

$$v = 17918 l \frac{204\mathrm{i} - 399}{399}$$

Rheinl. Schuh. Und wenn endlich die Ladung Q an Pulver dem Gewicht der Kugel selbst gleich genommen wird, so bekommt man

$$v = 21900 l \frac{51i - \mathrm{l}33}{133}.$$

Der Autor betrachtet ferner nur die Schusse einer halben Carthaune, indem er das Gewicht der Kugel 24 setzt; wir wollen aber hier aus diesen Formuln die Geschwindigkeit der Kugeln für alle gebräuchliche Arten der Stücke ausrechnen. Hier kommen also erstlich vor die ganzen Carthaunen, aus welchen 48 pfündige Kugeln geschossen werden; in denselben pflegt $i = 18$ zu seyn. Hernach folgen die drey Viertel-Carthaunen, welche Kugeln von 36 *u* schiessen; in diesen ist gemeiniglich $i = 20$. Drittens kommen die halben Carthaunen, so 24 pfündige Kugeln schiessen, und in welchen $i = 24$. In ViertelCarthaunen von 12 pfündigen Kugeln ist $i = 26$, in Achtel-

Carthaunen oder 6pfündigen Kugeln ist $i = 27$. In Regiments-Stücken ist aber selten i mehr, als 18. Außer diesen pflegen noch andere Arten Stücke gebräucht zu werden, als da sind die ganzen Feldschlangen, aus welchen 18 pfündige Kugeln geschossen werden, in diesen ist $i = 30$; für halbe Feld-Schlangen ist $i = 32$; für Viertel-oder vielmehr Drittel-Feldschlangen, weil die Kugeln 6 Pfünd wägen, ist $i = 34$. In Quartier-Feldschlangen oder Falkonets ist $i = 36$; in halben Falkonets ist $i = 38$, und in den Serpentineln ist $i = 40$. Aus allen diesen verschiedenen Arten von Stücken wird also die Kugel mit einer solchen Geschwindigkeit heraus geschossen, als die nachfolgende Tabelle ausweiset, welche aus 4 Columnen besteht. Die erste gilt, wenn das Gewicht der Ladung halb so grot\ ist, als das Gewicht der Kugel, die andere, wenn die Ladung $\frac{2}{3}$ des Gewichts der Kugel austrägt; die dritte ist für die Ladung, welche $\frac{3}{4}$ des Gewichts der Kugel ausmacht, und die vierte, wenn die Ladung der Kugel gleich ist. Die Geschwindigkeit ist endlich in Rheinl. Schuhen ausgedrückt, so viel die Kugel in einer Secunde durchlaufen würde.

	h.Lad.	$\frac{2}{3}$ Lad.	$\frac{3}{4}$ Lad.	g.Lad.	i
ganze Carth.	1447	1515	1535	1559	18
3 viert. Carth.	1479	1554	1577	1612	20
halbe Carth.	1532	1618	1647	1697	24
viertel Carth.	1554	1645	1676	1733	26
achtel Carth.	1565	1657	1690	1749	27
Reg. Stück	1447	1515	1535	1559	18
g.Feld. Schl.	1593	1692	1727	1794	30
h.Feld Schl.	1610	1712	1749	1821	32
dr.Schl. Feld	1626	1731	1769	1845	34
Falkonets	1642	1749	1788	1868	36
h.Falkonets	1656	1766	1806	1889	38
Serpentinel	1669	1781	1823	1909	40

Aus diesem Täflein sieht man also, daß, wenn die Ladung zum Gewicht der Kugel einerley Verhältniß hat, alsdenn die Geschwindigkeit der Kugel um so viel grösser heraus komme, je mehrmahl der Diameter der Kugel in der Länge des Stücks enthälten, ist. Also treibet eine ganze Carthaune ihre Kugel mit einer geringeren Geschwindigkeit heraus, als eine halbe Carthaune, welches denen Artilleristen, welche von dem Wiederstand der Luft keinen rechten Begrif haben, unglaublich und ungereimt vorkommen wird. Denn da durch die Erfahrung bekannt ist, daß unter einerley Richtung der Schuß einer ganzen Carthaune weiter reicht als einer halben, so scheinet daraus zu folgen, daß auch die Kugel der ganzen Carthaune eine grössere Geschwindigkeit haben musse, als einer halben. Dieser Schluß würde seine völlige Richtigkeit haben, wenn entweder der Wiederstand der Luft gar nicht vorhanden, oder doch nicht merklich wäre, wie man insgemein dafür zu hälten pflegt; denn alsdenn mußte auch ohne Zweifel ein Schuß unter einerley Richtung des Stücks um so viel weiter reichen, je grösser die Geschwindigkeit wäre, mit welcher die Kugel heraus getrieben wird. Weil aber der Wiederstand der Luft so erstaunlich groß ist, wie allbereit dargethan worden, und derselbe insonderheit von der Große der Kugel abhangt, so ist es möglich, daß eine großere Kugel weiter reicht, als eine kleinere, wenn auch jener anfänglich eine kleinere Geschwindigkeit eingedrückt worden, als dieser. Um dieses begreiflicher zu machen, so ist zu merken, daß die Wurkung des Wiederstands nicht sowohl aus der Grösse desselben selbst, als aus der Verhältniß desselben zum Gewicht der Kugel beurtheilet werden müße. Wenn wir uns also zwey Kugeln von gleicher Materie vorstellen, wovon die erste dem Diameter nach zweymahl so groß seyn soll, als die andere, so wird das Gewicht der ersten acht mahl grösser sein, als der andern. Ob nun gleich der Wiederstand der ersten viermahl grösser ist, als der anderen, wenn ihre Geschwindigkeiten einander gleich sind, indem der Wiederstand sich nach den Oberflächen, oder nach den Quadraten der Diametrorum richtet, so wird doch die Würkung des Wiederstands der ersten Kugel sich zur andern verhälten, nicht wie 4 zu 1, sondern wie $\frac{4}{8}$ zu $\frac{1}{1}$, folglich wird die Würkung des Wiederstands in der ersten und grösten Kugel nur halb so groß seyn, als in der andern. Hieraus erhellet nun, daß wenn diese beyden Kugeln mit einerley Geschwindigkeit und Richtung geworfen würden, die erstere nothwendig viel weiter reichen würde, als die andere; und wenn beyde gleich weit gehen sollten, so würde die grössere anfänglich einen kleinern Grad der Geschwindigkeit gehabt haben, als die kleinere. Dieser Unterscheid ist auch, wie aus dem folgenden mit mehrerem erhellen wird, so groß, daß sich daraus gar leicht begreifen laßt, wie eine grössere Kugel unter einerley Richtung weiter getrieben werden könne, als eine kleinere, ungeachtet jene anfänglich keine so Grösse Geschwindigkeit gehabt, als diese.

Der Autor betrachtet nur eine eiserne 24 pfündige oder halbe CarthaunenKugel, und gibt derselben, wenn die Ladung 16 *u* ist, eine Geschwindigkeit von 1650 Schuhen in 1", welches ziemlich genau mit unserer Bestimmung übereintrift; denn die Tabelle weiset für diesen Fall 1618 Rheinl. Schuh, welches 1666 englische Schuh betragt. Wenn aber die Ladung nur halb so schwehr ist, als die Kugel, nehmlich von 12 *u*, so setzt der Autor die Geschwindigkeit nur von 1490 Engl. Schuhen in 1", da wir für diesen Fall 1532 Rheinl. oder 1577 Engl. Schuh gefunden. Es ist aber zu merken, daß der Autor die Geschwindigkeit nach einer solchen Regel gerechnet, in welcher alle nöthige Umstände, welche sich bey Entzundung des Pulvers ereignen, aus der Acht gelassen worden. Die Regel, deren sich derselbe bedient, ist in dieser Formul enthälten

$$v = \frac{1000bh}{k} l \frac{a}{b}$$

oder, wenn die Gewichte der Ladung und der Kugel eingeführet werden, in dieser

$$v = \frac{32850Q}{P} l \frac{1275iP}{nQ}$$

Rheinl. Schuh, wo *P, Q, n* und *i* eben die Werthe haben, welche denselben in unserer Formul beygeleget worden. Wenn also die Kugel von Eisen ist, so ist nach des Autoris Regel

$$v = \frac{32850Q}{P} l \frac{51iP}{266Q},$$

und wenn die Ladung Q halb so groß ist, als das Gewicht der Kugel P, so wird

$$v = 16425\, l\, \frac{51i}{1332}.$$

Wenn nun hier $i = 24$ gesetzt wird, wie in den halben Carthaunen zu seyn pflegt, so findet man die Geschwindigkeit der Kugel $= 1509$ Rheinl. oder 1554 Engl. Schuh in einer Secunde, welches von des Autoris Rechnung ziemlich unterschieden ist. Wenn nun kein Druckfehler in des Autoris Zahl eingeschlichen ist, so mag der Unterscheid äußer den Buchstaben h und k, welche der Autor etwas anders bestimmet, insonderheit daher rühren, daß wir hier den Diameter der Kugel dem Diameter der Mündung des Stücks gänzlich gleich gesetzet haben, da sich doch dazwischen wegen des Spielraums ein kleiner Unterscheid befindet. Weil sich aber wegen so vieler andern Umstände hierinn nichts genaues bestimmen laßt, so haben wir nicht nöthig erachtet, diesen Umständ in Betrachtung zu ziehen, und dadurch die Rechnung beschwerlicher zu machen. Die Haupt-Ursache aber des Unterscheids zwischen des Autoris und unserer Formul steckt darinn, daß derselbe die grobere Materie des Pulvers, welche theils mit in Bewegung gesetzt werden muß, theils den Raum der zusammen gepreßten Luft vermindert, gar nicht in Betrachtung gezogen hat. Der erstere Umständ, daß diese grobere Materie mit in Bewegung gesetzt werden muß, vermindert die Geschwindigkeit der Kugel; der andere aber, insofern die zusammen gepreßte Luft dadurch in einen kleinern Raum eingeschranckt wird, macht die Geschwindigkeit der Kugel grösser. 'Wenn also diese bey den Würkungen beynahe gleich viel austragen, so stimmet des Autoris Regel mit der unsrigen überein, wie bey der 24 pfündigen Kugel, welche mit 16 u Pulver geschossen wird, geschehen; in andern Fallen aber hat man sich nicht zu verwundern, wenn dieselben sehr merklich von einander abgehen. Inzwischen haben wir doch Ursache zu glauben, daß die in obiger Tabelle gegebenen Zahlen zu groß seyn werden, indem wir darinn angenommen, daß sich alles Pulver auf einmahl entzunde, und auch den wegen des Spielraums entstehenden Verlust der forttreibenden Kraft nicht in Betrachtung gezogen haben. Unterdessen wird doch die Verhältniß derselben Zahlen unter sich ziemlicher maßen richtig seyn, dergestalt, daß wenn man wüßte, um wie viel eine derselben zu groß wäre, man auch die librigen darnach verbessern könnte. Sollte also eine halbe Carthaunen-Kugel durch 16 u Pulver würklich eine Geschwindigkeit von 1650 Engl. oder 1601 Rheinl. Schuhen erhälten, so würden unsere Zahlen nur ungefehr um 20 Schuh zu groß seyn, welcher Unterscheid vermittelst der Versuche unmöglich wahrgenommen werden kann.

ZWEYTE ANMERKUNG

Wir haben in diesen Rechnungen angenommen, daß das Pulver eben so schwehr, als Wasser, und folglich 850 mahl schwehrer sey, als Luft, welches von der Wahrheit nicht merklich abweichen mag. Denn obgleich die PulverKörner in dem Wasser zu Boden fallen, so tragt hinwiederum die zwischen den Körnern enthältene Luft so viel aus, daß ein cubischer Schuh Pulver bey nahe eben so viel wägen kann, als Wasser. Wenn wir des Autoris Regel, um die Geschwindigkeit der Kugel zu finden, anwenden nehmlich

$$v = \frac{1000bh}{k} l \frac{a}{b},$$

und die Schwehre des Pulvers dergestalt bestimmen, daß für eine 24 pfündige eiserne Kugel, welche mit 16 Pfünd Pulver geschossen wird, eine Geschwindigkeit von 1650 Engl. Schuhen in 1" heraus kommt, so müßte das Pulver 910 mahl schwehrer, als die Luft angenommen werden. Hierbey ist aber der Spielraum nicht in Betrachtung gezogen worden, welcher in Canonen gemeiniglich den 15ten Theil der ganzen Mündung betragt. Wenn wir also setzen, daß das Pulver in der That *m* mahl schwehrer sey, als Luft, so wird die Schwehre der Ladung Q dem Gewicht eines Cylinders Luft gleich seyn, dessen Dicke mit der Kugel einerley, die Höhe aber $= \frac{15}{16} mb$. Und also wird sich verhälten $P : Q = \frac{2}{3} nc : \frac{16}{15} mb$, oder wie k zu $\frac{16}{15} mb$; und muß folglich nach des Autoris Rechnung gesetzt werden , woraus kommt $m = 853$, fast wie wir angenommen haben. Wenn wir aber den Spielraum mit in unsere obige Rechnung ziehen wollen, so mussen wir an statt der Zahl 850 in der Verhältniß P zu Q, die Zahl 910 gebrauchen, so kommt $P : Q = nc : 1365b$, und da $a = ic$, so wird $a : b = 1365iP : nQ$, und $k : b = 910P : Q$. Hieraus entspringt

$$v = \frac{1000Qh}{455(2P+Q)} l \frac{2730iP - nQ}{nQ}$$

oder

$$v = \frac{61494Q}{2P+Q} l \frac{65iP - 158Q}{158Q}$$

Rheinl. Schuh für eine eiserne Kugel. Und nach den oben angenommenen Verhältnissen zwischen P und Q, kommt heraus:

Wenn $Q = \frac{1}{2} P$,

$$v = 12298{,}8 l \frac{65i - 79}{79},$$

wenn $Q = \frac{2}{3} P$,

$$v = 15373{,}5 l \frac{195i - 316}{316},$$

wenn $Q = \frac{3}{4} P$,

$$v = 16771{,}1 l \frac{130i - 237}{237},$$

wenn $Q = P$,

$$v = 20498{,}0 l \frac{65i - 158}{158}.$$

Und hieraus kann nach Belieben die obige Tabelle verbessert, oder von neuem berechnet werden.

Wir wollen nun aus dieser Vergleichung, welche der Wahrheit näher kommen muß, als die vorhergehende, eine andere Tabelle ausrechnen; und damit man aus derselben mehr Nutzen ziehen könne, so wollen wir auch kleinere Ladungen betrachten. Zu diesem Ende wollen wir das Gewicht der Kugel, welche von Eisen angenommen wird, in 6 gleiche Theile theilen, und die Rechnung auf 6 verschiedene Ladungen richten. Erstlich soll die Ladung an Pulver dem sechsten Theil des Gewichts der Kugel gleich seyn, hernach zwey Sechsteln, drittens drey Sechsteln, viertens vier Sechsteln, funftens funf Sechsteln, und endlich sechstens sechs Sechsteln, oder dem ganzen Gewicht der Kugel gleich seyn. Wenn also die ganze Länge des Stücks sich zum Diameter der Kugel verhält, wie i zu 1, und v die Höhe in Rheinl. Schuhen andeutet, aus welcher ein Körper durch den Fall in einem Luft-leeren Raum eine gleiche Geschwindigkeit mit der Kugel erhält, so wird für diese sechserley Ladungen der Werth von v also ausgedrückt werden. Es ist nehmlich wie vorher P das Gewicht der Kugel, und Q das Gewicht der Ladung an Pulver:

Wenn	so wird seyn
$Q=\frac{1}{6}P$	$v=4730{,}31l\,\frac{780i-316}{316}$
$Q=\frac{2}{6}P$	$v=8784{,}85l\,\frac{390i-316}{316}$
$Q=\frac{3}{6}P$	$v=12298{,}8l\,\frac{260i-316}{316}$
$Q=\frac{4}{6}P$	$v=15373{,}5l\,\frac{195i-316}{316}$
$Q=\frac{5}{6}P$	$v=18086{,}5l\,\frac{156i-316}{316}$
$Q=\frac{6}{6}P$	$v=20498{,}0l\,\frac{130i-316}{316}$

*We*il hernach ferner die Geschwindigkeit der Kugel nicht sowohl auf dem Nahmen der Stücke, als auf der Grösse der Zahl i beruhet, so wollen wir wie vorher erstlich $i=18$ setzen, und damit immer um zwey aufsteigen, bis auf 40. Solchergestalt werden hierunter alle mögliche Arten von Stücken begriffen werden. Denn wenn auch bißweilen i eine ungrade Zahl seyn solte, so wird es leicht seyn, aus den nachsten geraden Zahlen für diese Fälle die Geschwindigkeit zu schliessen. Damit man aber auch für kürzere Stücke die Geschwindigkeit finden könne, so wollen wir mit $i=10$ den Anfäng machen, und wie oben die Geschwindigkeiten der Kugel, in Rheinl. Schuhen auf eine Secunde gerechnet, ausdrücken.

Länge des Stücks Caliber	Ladung					
	$\frac{1}{6}$ Kug.	$\frac{2}{6}$ Kug.	$\frac{3}{6}$ Kug.	$\frac{4}{6}$ Kug.	$\frac{5}{6}$ Kug.	$\frac{6}{6}$ Kug.
10	996	1155	1233	1256	1245	1206
12	996	1201	1295	1336	1342	1325
14	1019	1238	1345	1398	1417	1414
16	1039	1269	1386	1448	1478	1484
18	1056	1295	1420	1491	1528	1543
20	1071	1318	1450	1527	1571	1592
22	1084	1338	1477	1559	1608	1635
24	1096	1357	1501	1588	1642	1672
26	1107	1374	1522	1614	1671	1706
28	1117	1389	1542	1637	1698	1736
30	1126	1403	1560	1658	1723	1764
32	1135	1416	1576	1678	1745	1789
34	1143	1428	1591	1696	1766	1813
36	1150	1439	1605	1713	1785	1834
38	1157	1449	1619	1729	1803	1854
40	1164	1459	1631	1744	1820	1873

Man kann aus dieser Tabelle einen vielfältigen Nutzen ziehen, und mancherley Umstände welche in der Artillerie vorkommen, erklaren. Erstlich sieht man daraus, daß, wenn die Ladung nach dem Gewicht des Pulvers gegeben, die Geschwindigkeit der Kugel immer grösser werde, je länger das Stück ist. Dieses scheinet zwar mit der Erfahrung zu streiten, indem man insgemein der Meynung ist, als wenn die Geschwindigkeit der Kugel in einem allzulangen Stücke wiederum geschwächet würde, und aus diesem Grunde hat man die vortheilhafteste Länge eines Stücks bestimmen wollen. Ungeachtet aber die Kugel in dem Stücke den Wiederstand der Luft auf sich empfindet, so ist derselbe doch nicht nur nicht grösser, als in der freyen Luft, sondern wenn die Geschwindigkeit sehr groß ist, noch um ein merkliches kleiner, indem hinter der Kugel in dem Stück kein leerer Raum statt finden kann, wie in der offenen Luft zu geschehen pflegt. Ueber dieses bleibet die forttreibende Kraft des Pulvers, so lange sich die Kugel in dem Stück befindet, noch sehr betrachtlich, und also hinlanglich, die Geschwindigkeit derselben zu vermehren; und was die Friction anlanget, so ist schon oben dargethan worden, daß dieselbe in Ansehung der Grössen Gewalt des Pulvers nicht verdiene, in Betrachtung gezogen zu werden. Da also die Kugel, so lange sie in dem Stück ist, keine Verminderung ihrer Bewegung leidet, welcher dieselbe in offener Luft nicht in einem hoheren Grad ausgesetzt wäre, und äußer dem darinnen immer noch mehr fortgetrieben wird, so ist es unmöglich zu begreiffen, wie eine allzu große Länge des Stücks die Geschwindigkeit der Kugel vermindern könnte. Es könnte zwar geschehen, daß, wenn das Stück nicht nach einer geraden Linie gebohret worden, die Kugel darinnen einen so Grössen Abgang an ihrer Bewegung litte, daß dieselbe, wenn das Stück kürzer gemacht, und der Krümme Theil davon abgeschnitten würde, die Kugel eine grössere Geschwindigkeit erhielte; und dieser Umständ hat sich ohne Zweifel in denjenigen Versuchen ereignet, worauf man diese Meynung zu gründen pflegt. Man beruft sich nehmlich auf einen Zufall, da von einer sehr langen Canone ein Stück $2\frac{1}{2}$ Schuh lang ungefehr abgesprungen, wobey man wahrgenommen haben soll, daß aus demselben Stück nach diesem Zufall die Kugeln mit einer grösseren Geschwindigkeit geschossen worden, als vorher. Allein eben dieser Zufall scheinet zu beweisen, daß die Seele dieses Stücks vorher gekrümmet gewesen, und daß das gemeldte Stücke daraus nicht sowohl von der Gewalt des Pulvers, als von dem Anstossen der Kugel, abgesprungen. Hernach pflegt man sich auch, um diese Meynung zu behaupten, auf die Veränderung, welche mit den alten Canonen vorgenommen würde, als welche viel länger wären, als heut zu Tag, zu beruffen. Denn da man durch diese Verkürzung keinen geringen Vortheil erhälten zu haben glaubt, so will man daraus schliessen, daß eine nach der heutigen Art gegossene Canone die Kugel mit einer grösseren Geschwindigkeit heraus treibt, als wenn dieselbe länger wäre. Man beweiset aber dieses durch kein tüchtiges Experiment, sondern führt nur an, wie man wahrgenommen, daß eine alte Canone von 96 *u* nicht so weit geschossen, als eine heutige gantze Carthaune von 48 *u,* ungeachtet jene länger gewesen, als diese. Wenn nun gleich in beyden Fallen die Ladung an Pulver zum Gewicht der Kugel einerley Verhältniß gehabt, so ist doch zu merken, daß die Geschwindigkeit der Kugel nicht sowohl von der Länge der Canone, als von der Anzahl der Caliber abhange. Also mag wohl eine solche 96pfündige Canone länger gewesen seyn, als eine heutige ganze Carthaune, ungeachtet ihre Länge weniger Caliber in sich enthälten; und wenn eine 96 pfündige Canone ihre Kugel mit eben der Geschwindigkeit als eine ganze Carthaune hätte heraus treiben sollen, so hätte jene um den vierten Theil länger seyn mussen, als diese.

Die fürnehmste Ursache aber, weswegen man die alten langen und schwehren Canonen abgeschafft, war ohne Zweifel die Grösse Beschwerlichkeit, dieselben im Felde fortzuschleppen, welche weder durch die Grösse der Kugeln, noch durch die grössere Geschwindigkeit derselben ersetzt werden kann. Denn wenn eine Breche geschossen werden soll, so thut eine zweymahl so schwehre Kugel keine zweymahl so starke Würkung, indem dieselbe kein zweymahl so Grösses Loch in den wall, welcher zerstört werden soll, macht; dahero zwey Schusse mit einer halb so schwehren Kugel weit mehr ausrichten, und daßey nicht mehr kosten, als ein Schuß aus der doppelten Canone. Um dieser Ursache willen werden auch die ganzen 48pfündigen Carthaunen bey dem BrecheSchiessen nicht mehr gebräuchet, indem man durch halbe Carthaunen mit weniger Mühe und Unkosten den vorgesetzten Zweck erhälten kann. Hingegen aber werden die ganzen Carthaunen auf der See mit weit grösserem Vortheil gebräucht, als die halben. Denn wenn ein Schiff von einer ganzen Carthaune unter dem Wasser wohl getroffen wird, so laßt sich das Loch nicht nur nicht so leicht wiederum zustopffen, sondern die Kugel verursachet noch dazu so viel Splitter, daß die Umstehenden dadurch auf eine gute Entfernung beschädigt, und ums Leben gebracht werden.

Hernach hat man auch auf die Vermehrung der Geschwindigkeit so sehr nicht nöthig zu sehen. Denn wenn die Kugel so geschwind heraus geschossen wird, daß dieselbe entweder zu Lande den Wall auf eine gewisse Tiefe, oder zu Wasser das Schiff durch zu bohren vermögend ist, so würde es unnöthig und in einigen Fallen so gar schlädlich seyn, der Kugel eine grössere Geschwindigkeit einzudrucken. Wenn nun eine 24 pfündige Kugel, welche aus einer halben Carthaune mit 12*u* Pulver geschossen wird, die erwünschte Würkung thut, so betragt dieser erforderte Grad der Geschwindigkeit ungefehr 1500 Schuh in einer Secunde. Bey Batterie-Stücken kommt es also darauf an, daß man die Länge der Canone bestimme, damit dadurch einer 24 pfündigen Kugel eine Geschwindigkeit von 1500 Schuhen in einer Secunde eingedrückt werde. Soll nun dieses mit 12*u* Pulver bewerkstelliget werden, so muß die Canone 24 Caliber lang seyn, welches das ordentliche Maaß der halben Carthaune zu seyn pfiegt. Wollte man aber eben diese Würkung mit weniger Pulver zu wege bringen, so mußte die Canone viel länger seyn; denn wenn man nur 8*u* Pulver brauchen wolte, so würden 40 Caliber noch lange nicht für die Länge des Stücks hinlanglich seyn. Wollte man aber mehr Pulver zu einem jeglichen Schuß anwenden, so könnte man an der Länge der Canone etwas gewinnen: als wenn man zu einem jeden Schuß 16*u* Pulver brauchen wolte, so dürfte die Länge der Canone nur ungefehr 19 Caliber betragen. Wolte man aber 20 biß 24*u* Pulver laden, so müßte doch die Canone nicht kürzer, als 17 Caliber seyn. Wenn man also die Unkosten des Pulvers mit den Beschwerden der Länge und folglich des Gewichts der Canonen vergleichen könnte, so würde es leicht seyn, hieraus die vortheilhafteste Länge der Canonen zu bestimmen Zum wenigsten sieht man hieraus so viel, daß es vortheilhafter ist, 12*u* Pulver zu gebrauchen, und die Canone 24 Caliber lang zu machen, als an der Ladung 4*u* zu erspahren, hingegen aber die Canone mehr als 40 Caliber lang zu machen. Was hernach die Ladung von 16*u* Pulver betrift, so scheinet der Vortheil von 5 Calibern, welche man an der Länge der Canone gewinnt, die grössern Unkosten in Ansehung des Pulvers nicht zu ersetzen. Dahero die gebräuchliche Ladung von 12 Pulver und die Länge des Stücks von 24 Caliber die bequemste zu seyn scheinet.

Weil ferner eine grössere Kugel in der Luft nicht so viel von ihrer Geschwindigkeit verliert, als eine kleinere, so ist auch nicht nöthig, daß derselben von dem Pulver eine so Grösse Geschwindigkeit eingedrückt werde, als den kleinern. Also kan eine 48pfündige Kugel eben so tief in einen Wall hinein dringen, als eine 24pfündige, wenn gleich die erste Geschwindigkeit jener kleiner ist, als dieser. Wenn die ganzen Carthaunen zu diesem Endzweck hinreichend sind, so muß die nöthige Geschwindigkeit einer 48pfündigen Kugel 1420 Schuh in einer Secunde betragen. Wenn man nun diese Geschwindigkeit mit 16 *u* Pulver erhälten wolte, so müste die Canone 34 Caliber lang seyn, dergleichen Maschine zum Gebräuch ganzlich untüchtig seyn würde. Will man aber zu einem Schuß 24 Pfünd Pulver gebrauchen, so ist eine Länge von 18 Calibern genug, welche die aller vortheilhafteste ist: indem, wenn man auch mehr Pulver, als 32*u* zu einem Schuß anwenden wolte, man an der Länge nur 2 Caliber gewinnen würde.

Solten aber kleine Kugeln eben so weit gehen, als eine 24 pfündige, welche mit einer Geschwindigkeit von 1500 Schuhen in einer Secunde heraus geschossen wird, so mussen dieselben, wegen des grösseren Wiederstands der Luft auch anfänglich eine grössere Geschwindigkeit haben. Alles beruhet also auf dem Endzweck, welchen man sich bey einer jeglichen Art von Schussen vorsetzt. Denn daraus erkennet man die Geschwindigkeit, welche die Kugel, in dem sie aus dem Stück fähret, haben muß, und hieraus kan man ferner die vortheilbafteste Länge des Stückes, nebst der bequemsten Ladung finden. Wir wollen setzen, daß man ein Stück verlange, aus welchem 18pfündige Kugel mit einer Geschwindigkeit von 1650 Schuhen in einer Secunde geschossen würde. Wenn man nun hierüber die gegebene Tabelle zu Rathe zieht, so sieht man Leicht, daß dieses weder mit einer Ladung von 3 Pfünd, noch 6 Pfünd, noch 9 Pfünd Pulver geschehen könne, dieweil auch in dem letzten Fall das Stück noch über 40 Caliber lang sein muße. Wolte man aber dazu 12 Pfünd Pulver gebrauchen, so mußte die Canone 30 Caliber lang seyn; für 15 Pfünd Pulver aber wird die Canone ungefehr 25 Caliber lang, und für 18 Pfünd Pulver wird dieselbe ungefehr 23 Caliber lang. Bey den letzten Fallen sieht man wohl, daß man um 2 Caliber willen nicht 3 Pfünd Pulver mehr laden werde, 5 Caliber aber mochten den Zuwächs der Ladung von 3 Pfünd ungefehr ersetzen. Dahero wird die Canone am füglichsten 30 Caliber lang, und die Ladung 12 Pfünd schwehr genommen werden. Dieser Umständ ereignet sich in der That bey den Feld-Schlangen, deren Endzweck in weit reichenden Schüssen bestehet.

DRITTE ANMERKUNG

Wenn wir nun diese Bestimmungen, welche durch die Erfahrung bestätiget worden, zum Grunde legen, so kann daraus nachfolgende Regel hergeleitet werden, vermittelst welcher man für eine jede Geschwindigkeit, welche der Kugel mitgeteilt werden soll, die vortheilhaftigste Länge der Canone, nebst der dazu gehörigen Ladung anzeigen kann.

Es sey n der Weg in Rheinlandischen Schuhen, welchen die Kugel in einer Secunde beschreiben soll; die Länge der Canone hälte i Caliber oder Diameter der Kugel, und die Ladung verhälte sich zum Gewicht der Kugel, wie m zu 1, das ist, es sey $Q = mP$. Da nun oben v die Höhe angedeutet, aus welcher ein Körper durch den Fall mit der Kugel einerley Geschwindigkeit erhält, so ist

$$n = \tfrac{1}{4}\sqrt{1000v}$$

und folglich,

$$v = \tfrac{16nn}{1000}.$$

Oben ist aber gefunden worden

$$v = \frac{61494Q}{2P+Q}\,l\,\frac{65iP-158Q}{158Q}$$

oder

$$v = \frac{61494m}{2+m}\,l\,\frac{65i:m-158}{158}$$

Rheinl. Schuh. In den obigen Bestimmungen aber der Canonen, welche durch die Erfahrung bestätiget worden, hält i zu m fast überall einerley Verhältniß, welches für halbe Carthaunen, so 24 Caliber lang gemacht werden, ist wie 48 zu 1. Bey ganzen Carthaunen kommt zwar diese Verhältniß $i:m = 36:1$, in andern Arten von Stücken aber fällt der Werth von $\frac{i}{m}$ zwischen 48 und 36. Da man nun die halben Carthaunen in ihrer Art für vollkommener hält, als die ganzen, so muß der vortheilhafteste Werth des Bruchs $\frac{i}{m}$ der Zahl 48 näher kommen, als der Zahl 36; und da die halben Carthaunen auch bißweilen nur 22 Caliber lang gemacht zu werden pflegen, woraus $\frac{i}{m} = 44$ wird, so haben wir alle Ursache zu vermuthen, daß wir den in der Praxi abgezielten grösten Vortheil am nachsten erhälten werden, wenn wir der Verhältniß $i:m$ beständig den Werth 45:1 beylegen. Es sey also $\frac{i}{m} = 45$; und hieraus kann man sogleich für alle Arten von Stücken, wenn die Länge derselben in Calibern bekannt, die beste Ladung finden. Man darf nehmlich nur die Anzahl der Caliber durch 45 dividiren, so wird der Quotient anzeigen, den wie vielten Theil des Gewichts der Kugel das Pulver austragen muße. Also wenn ein Stück 30 Caliber lang ist, so wird die tüchtigste Ladung $\frac{2}{3}$ des Gewichts der Kugel. Und hinwiederum, wenn die Ladung in Ansehung des Gewichts der Kugel, oder der Buchstabe *m* bekannt ist, so findet man daraus die bequemste Länge der Canone in Calibern also ausgedrückt $i = 45m$. Wenn also die Ladung dem halben Gewicht der Kugel gleich seyn soll, so muß die Länge der Canone $22\frac{1}{2}$ Caliber hälten. Wolte man aber die Ladung dem ganzen Gewicht der Kugel gleich setzen, so muße die zu diesem Ende bequemste Canone 45 Caliber lang seyn. Da wir nun also die bequemste Verhältniß zwischen i und *m* entdeckt haben, so kann man daraus leicht für eine jede Geschwindigkeit, mit welcher die Kugel aus der Canone geschossen werden soll, die vortheilhafteste Länge d erselben nebst der dazu erforderten Ladung bestimmen. Denn weil der Bruch $\frac{i}{m}$ allezeit einerley Werth behält, so ist auch für alle Fälle der Logarithmus $l\frac{65i:m-158}{158}$ einerley; wodurch die Rechnung ungemein wird. Man setze also $\frac{i}{m}$=45, so wird

$$l\frac{65i:m-158}{158} = l\frac{2767}{158} = 2,86292.$$

Da nun $v = \frac{16nn}{1000}$, so wird

$$v = \frac{16nn}{1000} = \frac{61494\,m}{2+m}\cdot 2,86292 \text{ oder } nn = \frac{11003300\,m}{2+m},$$

woraus also komm

$$\frac{2+m}{m} = 1+\frac{2}{m} = 1+\frac{90}{i} = \frac{11003300}{nn}.$$

Aus dieser Formul ist nun die nachfolgende Tabelle berechnet worden, welche für eine jegliche Geschwindigkeit der Kugel die Länge der Canone in Calibem, und die Ladung in tausendsten Theilen des Gewichts der Kugel anzeigt:

Geschwindigkeit der Kugel in Rh. Schuhen, auf 1 Secunde	Länge der Canone in Calibern und hundertsten Theilen	Pulver Ladung in tausend Theilen des Gewichts der Kugel
500	2,09	46
550	2,54	57
600	3,04	68
650	3,59	80
700	4,19	93

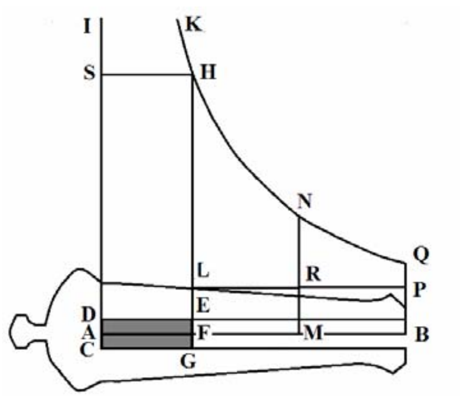
750	4,85	108
800	5,56	124
850	6,32	141
900	7,15	159
950	8,02	179
1000	9,00	200
1050	10,02	223
1100	11,12	248
1150	12,29	273
1200	13,55	308
1250	14,89	331
1300	16,33	363
1350	17,87	397
1400	19,51	434
1450	21,26	484
1500	23,14	514
1550	25,14	559
1600	27,29	606
1650	29,59	659
1700	32,06	712
1750	34,71	771
1800	37,56	835
1850	40,63	903
1900	43,95	977
1950	47,53	1056
2000	51,40	1142
2050	55,61	1236
2100	60,20	1338
2150	65,20	1449
2200	70,68	1571

Durch Hülfe dieser Tabelle ist es also leicht, für einen jeglichen gegebenen Fall, die bequemste Form der Canone, nebst der dazu gehörigen Ladung zu bestimmen, wenn man nur die Geschwindigkeit der Kugel weiß, welche zu Erhältung des vorgesetzten Endzwecks erfordert wird. Hierbey ist es aber ofters am schwehrsten, diesen Grad der Geschwindigkeit zu finden, indem man bißher nicht einmahl im Stand gewesen, die Grösse der Geschwindigkeit einer Canon-Kugel nur beylaufig auszumessen. Da man aber aus der Länge der Canone und der Grösse der Ladung die Geschwindigkeit der Kugel ziemlich genau ausrechnen kann, so darf man nur aus einer schon vorhandenen Canone mit verschiedenen Ladungen einige Schusse thun, und sehen, welcher noch vermögend ist, dem vorgesetzten Endzweck ein Genügen zu leisten: und auf diese Art kann man sodann die dazu erforderte Geschwindigkeit durch die Rechnung bestimmen. Nur ist zu merken, daß man diese Prob-Schusse mit einer eben so Grössen Kugel, als bey der verlangten Canone gebräucht werden soll, und in eben der Distantz, anstellen muß, weil der Wiederstand der Luft sowohl auf Kugeln von ungleicher Grösse, als auf verschiedene Distantzen eine ungleiche Würkung ausübet. Diese Ungleichheit soll aber im folgenden dergestalt ausgeführt werden, daß wenn auch die Probe mit grösseren oder kleineren Kugeln in verschiedenen Distantzen angestellt werden solte, man daraus gleichwohl die nöthige Geschwindigkeit bestimmen könnte. Wenn also zum Breche-schiessen eine 24 pfündige Kugel mit einer Geschwindigkeit von 1500 Schuhen in einer Secunde aus der Canone herausgetrieben werden soll, so sieht man aus der gegebenen Tabelle, daß die zu diesem Ende tüchtigste Canone $23\frac{14}{100}$ Caliber lang seyn, und daß die Ladung an Pulver $\frac{514}{1000}$ des Gewichts der Kugel oder $12\frac{1}{3}$ Pfünd genommen werden müsse, welches mit der üblichen Einrichtung der halben Carthaunen sehr genau übereinkommt. Es giebt aber viel Gelegenheiten, in welchen es nicht nöthig ist, daß die Kugel eine so Grösse Geschwindigkeit habe, als bey des VAUBANS Batterien a Ricochet, und wenn durch die Kugeln nur Menschen in keiner allzugrossen Entfernung getödtet werden sollen. Wenn nun zu diesem Ende eine Geschwindigkeit von 1000 Schuh en in 1" hinlanglich wäre, so dürften dazu die tauglichsten Canonen nicht mehr als 9 Caliber lang seyn, und die Ladung an Pulver nicht mehr als den funften Theil des Gewichts der Kugel betragen. Wolte man aber zu diesem Endzweck keine besondern Canonen verfertigen, sondern sich anderer, welche eigentlich zu anderen Absichten bestimmt, und viel länger sind, bedienen, so könnte man noch an dem Pulver nicht wenig erspahren: indem, zum Exempel, nach der vorigen Tabelle[1], wenn die Canone 20 Caliber lang wäre, nicht einmahl der sechste Theil des Gewichts der Kugel nöthig ist, wenn eine Geschwindigkeit von 1000 Schuhen in 1" hervorgebracht werden soll Wenn man aber auf eine sehr Grösse Entfernung mit einer Canonen-Kugel noch gewiß schiessen wolte, und zu diesem Ende die Kugel eine Geschwindigkeit von 1900 Schuhen in einer Secunde haben mußte, so würde dieser Endzweck mit keiner nach Art der Carthaunen verfertigten Canone erreicht werden können, sondern die beste Canone mußte fast 44 Caliber lang seyn, und die Ladung an Pulver beynahe dem ganzen Gewicht der Kugel gleich genommen werden. Mit einer solchen Canone würde man also viel weiter schiessen können, wofern nur die Kugel nicht allzuklein angenommen wird, als mit einer Feldschlange, welche 30 Caliber lang, und mit $\frac{2}{3}$ des Gewichts der Kugel geladen wird. Man könnte auch nach dieser Tabelle solche Canonen verfertigen, welche der Kugel eine noch schnellere Bewegung eindrückten, wenn solches verlangt werden sollte.

VIERTE ANMERKUNG

Wenn man auf diese Art für eine gegebene Kugel sowohl die Länge der Canone, als die Grösse der Ladung gefunden hat, so ist es leicht, die dazu erforderte Stärke des Metalls an allen Orten zu bestimmen, und einen tüchtigen Riß von der ganzen Canone zu verfertigen. Die Länge der Canone wird zu diesem Ende am füglichsten in zwey Theile zertheilet, wovon der hintere Theil die Ladung oder das Pulver in sich enthält, der vordere Theil den Weg, wodurch die Kugel getrieben wird, vorstellt. Die Stärke des hintern Theils muß aus der Gewalt des Pulvers ersten Augenblick der Entzundung bestimmet werden, welche am grösten ist, ehe die Kugel noch von ihrer Stelle fortgerücket wird. Wenn wir also mit dein Autore annehmen, daß die erste Gewalt des Pulvers 1000 mahl Grösser ist, als der Druck der Atmosphare, welcher durch eine Wasser-Säule von 32 Schuhen im Gleichgewicht erhälten wird, so muß das Boden-Stück einer Canone so stark seyn, daß dasselbe den Druck einer Wasser-Säule, welche 32000 Schuh hoch ist, aushälten könnte. Wenn man also die Stärke des Metalls, woraus die

Canone gegossen wird, genau ausrechnen könnte, so würde man daraus die Dicke des Boden-Stücks bestimmen können. Denn wir haben oben in der dritten Anmerkung zum 9 ten Satz des ersten Capitels erwiesen, daß die Dicke des Metalls zum Diameter der Kugel immer einerley Verhältniß haben müste. Dahero wenn man in einem einigen Fall wüste, wie sich die Dicke des Metalls an dem Boden-Stück zum Diameter der Kugel verhälten muß, so würde eben diese Verhältniß bey allen andern Arten von Canonen Platz finden. Man hat aber durch die Erfahrung befunden, daß in den Carthaunen die Dicke des Metalls an dem Boden-Stücke dem Diameter der Kugel gleich seyn müsse, woraus diese allgemeine Regel fließt, daß bey allen Canonen die Dicke des Metalls an dem Boden-Stück dem Diameter der Kugel beständig gleich genommen werden müsse. Diese Regel gründet sich also auf zwey Stücke, nehmlich auf die Festigkeit des Metalls, und auf die Kraft des Pulvers. Solte man eine andere Mixtur erfinden, welche die gebräuchliche an Festigkeit übertraffe, so würde eine geringere Dicke des Metalls an dem Boden-Stück hinlanglich seyn, die Gewalt des Pulvers auszuhälten. Wenn man aber hergegen die Kraft des Pulvers vermehren könnte, so müßte die Dicke der Canonen grösser angenommen werden. Denn wenn man auch gleich in diesem Fall weniger Pulver laden wollte, so würde doch dadurch die Ausdehnungs-Kraft im ersten Augenblick der Entzfindung nicht kleiner werden, als wenn die Ladung wäre grösser angenommen worden. Woraus erhellet, daß wenn man die Gewalt des Pulvers merklich vermehren könnte, alle jetzigen Canonen unbräuchbar seyn würden. So lange man aber einerley Pulver gebräuchet, so hat das Boden-Stück einer Canone beständig einerley Gewalt auszuhälten, man mag die Ladung groß oder klein annehmen. Wenn also dasselbe der Gewalt einer kleinen Ladung zu wiederstehen vermögend ist, so wird auch eine weit grössere Ladung nicht vermögend seyn, dasselbe zu zersprengen. In dieser Absicht ist aber das Vorder-Theil oder das Münd-Stück einer Canone ganz anders beschaffen. Denn da die Gewalt des Pulvers um so vielmehr abnimmt, in je einen grösseren Raum sich dasselbe schon ausgebreitet, so ist klar, daß ein jeglicher Theil des Mündstücks eine um so viel grössere Gewalt auszustehen habe, je grösser die Ladung an Pulver angenommen wird. Wenn dahero das Mündstück einer Canone die gehörige Stärke haben soll, so muß dieselbe aus der grösten Ladung, welche immer gebräucht werden kann, bestimmet werden.



Es bedeute zum Exempel AF die gröste Ladung, welche bey der Canone AB immer vorkommen kann, so ist AF das Boden-Stück, und FB das Mündstück; bey jenem muß die

Dicke des Metalls allenthalben dem Diameter der Kugel gleich seyn, und da die Gewalt auf das Boden-Stück allenthalben gleich groß ist, so ist auch unnöthig, daß die Canone zu hinterst bey A starker gegossen werde, als bey F. Aus dieser Betrachtung könnte also bey

Giessung der Canonen nicht wenig Metall erspahret und dieselben dadurch ohne Gefahr leichter gemacht werden. Denn wenn die Dicke bey E, welche schon etwas kleiner als der Diameter der Kugel gesetzt zu werden pflegt, stark genug ist, der Gewalt des Pulvers zu wiederstehen, so wird auch bey D keine grössere Stärke erfordert. Was aber das Mündstuck FB anlangt, so ist leicht für ein jegliches Punkt desselben M die Gewalt des Pulvers zu bestimmen, welche darauf Würket, wenn die Kugel bis dahin ist fortgestossen worden. Nach des Autoris Regel verhält sich diese Kraft zu der ersten Kraft des Pulvers, welche das Boden-Stück aussteht, wie AF zu AM, und folglich könnte die Dicke des Metalls bey M um so viel geringer seyn, als bey F, um so viel AF kleiner ist, als AM; solchergestalt würde die äußere Figur einer Canone nach einer Hyperbel gekrümmet seyn mussen. Nach unserer Bestimmung der Gewalt des Pulvers nimmt dieselbe, indem die Kugel durch das Mündstuck FB fähret, nach einer großern Verhältniß ab, und dürfte also das Mündstück nicht so stark seyn, als nach des Autoris Regel. Allein da sich die beyden Regeln auf die plötzliche Entzundung des Pulvers gefinden, in der That aber die Entzundung nach und nach geschieht, so wird die Gewalt, welche das Mündstuck auszustehen hat, in Ansehung der Gewalt des Bodenstucks grösser seyn, als nach den angeführten Regeln, und folglich muß die Dicke desselben allenthalben etwas grösser seyn, als nach diesen Regeln gefunden wird.

Wenn man aber gleich die allmählige Entzundung des Pulvers in die Rechnung bringen könnte, so findet sich doch noch ein anderer Umständ, welcher die Bestimmung der Stärke des Mündstucks viel schwehrer und fast unmöglich macht. Derselbe bestehet darinne, daß das Mündstuck nicht allein der Gewalt des Pulvers ausgesetzt ist, sondern auch von der Kugel, indem dieselbe dadurch fähret, ofters keine geringere Kraft auszustehen hat. Wenn zwar die Seele einer Canone vollkommen nach einer geraden Linie gebohret wäre, und die Kugel beständig nach eben dieser geraden Linie fortgetrieben würde, so würde dieselbe auf die Seele der Canone nicht die geringste Gewalt ausuben und dadurch gleichsam, ohne die Canone zu beruhren, heraus fähren, indem das Gewicht der Kugel, wovon die untere Seite derselben gedrückt wird, für nichts zu achten ist. Wenn aber die Seele der Canone nur etwas wenigs gekrümmet wäre, und folglich die Kugel genöthiget würde, von ihrer einge-drückten Direction abzuweichen, so siehet man wohl, daß alsdenn die Kugel auf die Canone nach der Kraft, welche Vis centrifüga genennet wird, zuruck Würken musse. Diese Kraft kan nun sehr betrachtlich werden; denn wenn wir setzen, daß das Mündstück irgendwo nach einem Zirkulbogen, dessen Radius $=r$, gekrümmet sey, und daß die Geschwindigkeit der Kugel daselbst durch die Höhe v bestimmet werde, so wird sich der Druck der Kugel auf die innere Wand der Canone zu ihrer Schwehre verhälten, wie $\frac{2v}{r}$ zu 1. Wenn also diese Krümmung der Seele der Canone nach einem Zirkul geschähe, dessen Radius $r=100$ Schuh, dergleichen Krümmung in einer geringen Länge kaum zu merken ist, und wenn die Kugel daselbst eine Geschwindigkeit von 1500 Schuhen in einer Secunde hätte, so würde $v=36000$ Schuh, und die Canone würde an diesem Ort von einer Kraft gedrucket werden, welche 720 mahl grösser wäre, als das Gewicht der Kugel, wovon die Würkung um so viel grösser seyn würde, da diese ganze Kraft nur auf einen sehr geringen Platz, in welchem die Kugel das : Metal berühret, Würket, als diejenige, welche von der Ausdehnungskraft des Pulvers herrührt. Eben dieser Umständ kan sich aber auch ereignen, wenn gleich die Seele der Canone vollkommen gerade gebohret worden: denn wenn die Kugel durch die Gewalt des Pulvers nicht vollig nach der Direction der Seele fort getrieben wird, so ist es eben so viel, als wenn die Seele in Ansehung der Bewegung der Kugel eine kleine Krümmung hätte, und ist folglich die Canone in diesem Fall eben der Gewalt unterworfen, als in dem vorigen. Es kan aber aus vielerley Ursachen die Direction, welche der Kugel von dem Pulver eingedrückt wird, etwas weniges von der Direction der Seele abweichen: wohin insonderheit der Spielraum zu rechnen, und wenn die Direction der forttreibenden Kraft nicht durch das Mittelpunkt der Schwehre der Kugel durch gehet. Dieses sind nun Umstände, welche bißweilen mehr, bißweilen weniger austragen können: und in denselben scheinet die wahre Ursache verborgen zu seyn, warum bißweilen eine Canone von einem nicht allzustarken Schuß zerspringet, nachdem dieselbe doch vorher eine Grösse Anzahl starkerer Schusse ausgehälten. Um dieser Ursache willen ist also hochst nöthig, daß man das Mündstuck einer Canone weit starker mache, als nach irgend einer oben angeführten Regel erfordert wird, damit dieselbe diesen ungewissen Kraften meistentheils zu wiederstehen hinreichend sey. Dieser Gewalt der Kugel sind aber die längern Canonen mehr unterworfen, als die kürzern; denn je länger die Canone ist, desto eher und leichter kan sich der Umständ ereignen, daß die Direction der Kugel etwas von der Axe der Canone abweicht. Hernach erhält auch die Kugel in längern Canonen eine grössere Geschwindigkeit, wodurch die Vis centrifüga sehr merklich vermehret wird, als welche nach den Quadraten der Geschwindigkeit wächst.

Endlich kan auch mit Stillschweigen nicht übergängen werden, daß die Bewegung der Kugel selbst durch diesen Druck gegen die Canone keinen geringen Abbruch leidet. Denn dadurch wird die Friction, welche sonsten, wie oben gewiesen worden, nicht merkwürdig war, gar sehr vermehret, als welche um so viel grösser wird, je starker ein Körper gegen den andern gedrückt wird. Da also dieser Druck auf sehr gewissen Umständen beruhet, so kan es leicht geschehen, daß bey gleichen Kugeln, welche mit gleicher Ladung aus einer Canone geschossen werden, ein ziemlicher Unterscheid in ihrer Geschwindigkeit wahrgenommen werden kan. Inzwischen scheinet es doch, daß man durch einen Grössen Fleiß diese Unrichtigkeit meistentheils sollte heben können; wenn man nehmlich erstlich die Canone vollkommen gerade bohren, hernach die Kugeln vollkommen rund machen, und drittens bey der Ladung alle Sorgfält anwenden wolte, damit der Mittelpunkt der Kugel auf das genauste in die Axe der Seele zu liegen käme, und in wahrender Bewegung daraus nicht weichen könte. Auf diese Art würde die Canone nicht nur keine so Grösse Gewalt auszustehen haben; sondern man würde sich auch auf die Schusse selbst viel sicherer verlassen können, wie in folgendem ausführlich dargethan werden wird.

FUNFTE ANMERKUNG

Was der Autor ferner in diesem Satz gegen die ungereimte Meynung derjenigen, welche behaupten, daß eine Canonen-Kugel anfänglich auf eine gewisse Weite in einer vollig geraden Linie fortgehe, anführet, ist an sich klar und deutlich; indem die erste Geschwindigkeit einer solchen Kugel so groß ist daß die Krümmung ihrer Bahn, welche von der Schwehre verursacht wird, in einer ziemlichen Weite noch nicht bemerkt werden kann. Denn wenn die Geschwindigkeit durch die Höhe v angedeutet, und die Kugel nach einer Hörizontal-Direction geschossen wird, so muß der Radius eines gleich Krümmen Zirkels, als die Bahne der Kugel ist, einer Länge von $2v$ gleich seyn. Da nun, wenn die Geschwindigkeit der Kugel 1500 Schuh in einer Sekunde betragt, wird $v = 36000$ Schuh, so wird die Bahn dieser Kugel keine grössere Krümmung haben, als ein Zirkul, dessen Radius 72000 Schuh hält. Diese Krümmung ist aber so geringe, daß dieselbe erst in einer Weite von 1256 Schuhen einen Grad austrägt. Ob nun gleich wegen des Wiederstands der Luft diese Weite etwas verringert wird, so bleibt dieselbe doch groß genug, daß man in der Praxi einen sehr langen Theil der Bahn, als eine gerade Linie ohne Fehler ansehen kann, welche von den Artilleristen die Weite des Kernschusses genennet zu werden pflegt. Weil aber hiervon im folgenden weitläuftiger gehandelt werden soll, so wollen wir uns daßey nicht länger aufhälten, sondern noch dasjenige, was der Autor in diesem Satz von der stärksten Ladung einer Canone anführt, erwegen, ungeachtet wir schon oben in der funften Anmerkung zum 11. Satz diese materie ziemlich weitläuftig abgehandelt, und für die stärkste Ladung daselbst eine Tabelle gegeben haben. Inzwischen liegt dieser Umständ, daß es für eine jede Canone eine bestimmte Ladung gibt, wodurch der Kugel die gröste Bewegung mitgetheilet wird, in der bey unserer zweyten Anmerkung zu diesem Satz gegebenen Tabelle deutlich vor Augen: indem wir aus derselben sehen, daß aus einer Canone, welche 10 Caliber lang, die Kugel mit einer Ladung von $\frac{2}{3}$ des Gewichts der Kugel schneller heraus geschossen wird, als mit einer grössern Ladung. Eben diese stärkste Ladung erhellet auch noch in eben derselben Tabelle bey 12 und 14 Caliber langen Canonen, als aus welchen die Kugel mit einer ihrem ganzen Gewichte gleichen Ladung an Pulver nicht so geschwind heraus getrieben wird, als mit kleineren Ladungen.

Der Autor bestimmet die Grösse dieser stärkesten Ladung aus seiner Regel, wodurch er die Geschwindigkeit der Kugel angiebt, und welche in folgender Form enthälten ist

$$v = \frac{1000bh}{k} l \frac{a}{b}.$$

Da nun in dieser Form sehr viel Umstände aus der Acht gelassen werden, welche doch keine geringe Veränderung verursachen, so ist kein Wunder, daß seine Bestimmung der stärksten Ladung mit der unsrigen nicht überein kommt. Aus dieser Formul findet der Autor, daß für die stärkste Ladung die Länge b des Raums, welchen das Pulver anfüllet, zur ganzen Länge des Stücks a allzeit einerley Verhältniß haben müsse, nehmlich wie 1 zu der Zahl 2,71828, deren hyperbolischer Logarithmus $= 1$; nach unserer Regel aber ist diese Verhältniß nicht immer einerley, sondern beruhet sowohl auf der Anzahl der Caliber, welche in der Länge des Stückes a enthälten sind, als auf der Materie der Kugel, wie aus der oben gegebenen Tabelle erhellet: inzwischen laßt sich doch eine ziemliche Uebereinstimmung zwischen dieser Tabella und des Autoris Verhältniß wahrnehmen. Wie aber diese Verhältnis aus des Autoris Formul folge, ist aus der Lehre von dem grösten und kleinsten an sich klar. Denn weil k und h unveränderliche Grössen sind, so kommt die Sache nur darauf an, daß man den Werth von b bestimme, damit $bl\frac{a}{b}$ am aller grösten werde. Zu diesem Ende muß man diese Quantität $bl\frac{a}{b}$ dergestalt differentiren, daß man nur b als veränderlich annehme: da denn kommt

$$dbl\tfrac{a}{b} - db.$$

Dieses Differentiale muß man ferner nach der bekanten Regel gleich nichts setzen, so hat man

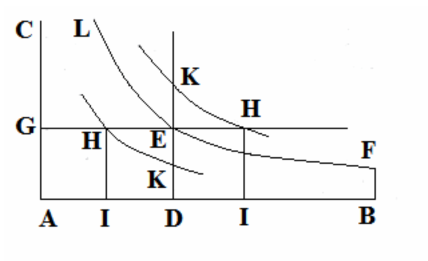
$$l\tfrac{a}{b} - 1 = 0 \text{ oder } l\tfrac{a}{b} = 1.$$

Weil nun hier von hyperbolischen Logarithmis die Rede ist, so muß $\tfrac{a}{b}$ derjenigen schon öfters gebräuchten Zahl 2,7182818 etc. gleich seyn, deren hyperbolischer Logarithmus $=1$: folglich wird

$$\frac{a}{b} = 2,7182818 \text{ oder } b : a = 1 : 2,7182818,$$

wie der Autor gefunden. Da nun $l\tfrac{a}{b} = 1$, so wird diese gröste Geschwindigkeit nach dem Autore aus der Höhe v entspringen, dergestalt daß

$$v = \frac{1000bh}{k}.$$



Um aber mit dieser Geschwindigkeit andere kleinere Geschwindigkeiten der Kugel zu vergleichen, wie der Autor gethan, so hat man nur in der Hyperbel *LEF* zu betrachten, daß, da $AD = b$ und $AB = a$, erstlich das Viereck *ADEG* allenthalben eine beständige Grösse habe, und daß sich ferner dieses Viereck zum Inhalt der Figur *EDBF* verhalte, wie 1 zum hyperbolischen Logarithmo von $\dfrac{AB}{AD}$. Da nun dieser Logarithmus gleich 1 ist, so muß die Figur *DEFB* dem Viereck *AGED* gleich seyn. Wir wollen die Linie $DE = f$ setzen, so wird die Figur *DEFB* durch $bfl\tfrac{a}{b}$, das ist durch *bf* ausgedrückt werden. Man betrachte jetzt eine andere Ladung, welche den Lauf von *A* bis *I* anfülle, und nenne $AI = ß$, so wird sich das Quadrat der grösten Geschwindigkeit zum Quadrat der aus dieser Ladung *AI* entstehenden Geschwindigkeit verhälten, wie bf zu $\beta fl\tfrac{\alpha}{\beta}$. Es ist aber

$$l\frac{a}{\beta} = l\frac{a}{b} + l\frac{b}{\beta} = 1 + l\frac{b}{\beta},$$

weil $l\frac{a}{b}=1$, also wird jene Verhältniß wie *bf* zu $\beta f+\beta f\, l\frac{b}{\beta}$. Aus der vorher angeführten Natur der Hyperbel aber drücket $\beta f\, l\frac{b}{\beta}$ den Inhält der Figur *IHKD* aus, und βf ist das Viereck *AGHI*, gleich wie *bf* dem Viereck *AGED* gleich ist; dahero ist

$$\beta f+\beta f\, l\tfrac{b}{\beta}=AGHI+IHKD=AGED-\ HEK.$$

Folglich wird sich das Quadrat der grösten Geschwindigkeit zum Quadrat der aus der Ladung *AI* entspringenden Geschwindigkeit verhälten, wie *AGED* zu $AGED-HEK$, wie der Autor findet. Wir haben hier den Fall betrachtet, da die Ladung *AI* kleiner ist, als die stärkste *AD;* wenn aber *AI* grösser ist, als *AD,* und $\beta>b$: so ist der Beweis mit dem vorigen einerley, wenn man nur erweget, daß in diesem Fall der Inhält der Figur *DKHI* nicht durch $\beta f\, l\frac{b}{\beta}$, sondern durch $\beta f\, l\frac{\beta}{b}$, oder durch $+\beta f\, l\frac{b}{\beta}$ ausgedrückt werde.

Ungeachtet wir nun die stärkste Ladung aus einer der Wahrheit weit näher kommenden Formul schon oben bestimmet haben, so hat doch daselbst der Buchstabe *a* nicht die ganze Länge des Laufs, sondern nur einen Theil desselben angedeutet, so daß in derselben Tabelle immer ein längerer Lauf, als daselbst bemerket wird, verstanden werden muß. Um nun diesen Mangel zu ersetzen, so wollen wir aus derjenigen Formul, welche wir hier zur Bestimmung der Geschwindigkeit gebräucht haben, auch die stärkste Ladung herleiten, weil dieselbe auf diese Art der Wahrheit weit näher kommen muß. Unsere Aequation ist nun, wenn der Spiel-Raum mit in Betrachtung gezogen wird, diese

$$v=\frac{1000bh}{k+455b}\,l\,\frac{2a-b}{b}.$$

Diese wird am grösten, wenn $\frac{1000bh}{k+455b}\,l\,\frac{2a-b}{b}.$ den grösten Werth erhält. Um diesen zu finden, so differenzire man diese Formul, indem man nur *b* als verlinderlich ansieht, und setze das Differential a gleich nichts, so wird man finden

$$\frac{kdb}{(k+455b)^2}\,l\,\frac{2a-b}{b}-\frac{2adb}{(k+455b)(2a-b)}=0$$

oder

$$l\,\frac{2a-b}{b}=\frac{2a(k+455b)}{(2a-b)k}.$$

Man setze

$$\frac{2a-b}{b}=u,$$

so wird

$$b=\frac{2a}{1+u}$$

und

$$lu=1+\frac{1}{u}+\frac{910a}{ku}.$$

Wenn wir nun setzen, daß das Stück *i* Caliber lang, und die Materie der Kugel *n* mahl schwehrer sey, als Luft, so wird

$$k:a=910:\frac{1365i}{n},$$

folglich bekommt man

$$lu=1+\frac{1}{u}+\frac{1365i}{nu}$$

Wenn ferner die Kugel von Eisen angenommen wird, so ist $n=6650$ und $\frac{1365}{n}=\frac{1}{5}$ so nahe, daß der Unterscheid nicht zu achten. Dahero hat man

$$lu=1+\frac{i+5}{5u}.$$

Aus dieser Aequation kan zwar überhaupt der Werth von *u* nicht angezeigt werden; in einem jeglichen Fall aber ist es leicht, denselben durch die Naherung heraus zu bringen. Um ein Exempel hiervon zu geben, so wollen wir setzen $i=30$; so wird

$$lu=1+\frac{7}{u}.$$

Wenn man nun eine Tabella von hyperbolischen Logarithmis bey der Hand hat, so wird man bald sehen, daß *u* zwischen 7 und 8 enthälten sey. Man gebe also dem *u* diese beyden Werthe, und bemerke bey jedem den Unterscheid folgender Gestalt

	$u=7$	$u=8$
$lu=$	$1,945909$	2,079441
$1+\frac{7}{u}=$	$2,000000$	1,875000
Unterscheid	$-,054091$	+,204441

Weil diese beyden Unterscheide verschiedene Zeichen haben, so addire man dieselben zusammen, und sage nach der Regul falsi, wie sich diese Summe verhält zu 1, nehmlich dem Unterscheid zwischen den beyden angenommenen Werthen von *u*, also verhält sich ,054091 zum Überschuß des wahren Werths von *u* über 7, welcher gefunden wird $=0,21$, also ist $u=7,21$. Weil nun $a=30c$, so wird $b=\dfrac{60c}{8,21}=7,31c$. Hieraus kan man auch ferner das Gewicht dieser stärksten Ladung in Ansehung des Gewichts der Kugel bestimmen. Denn, wenn das Gewicht der Kugel $=P$, das Gewicht der Ladung $=Q$, und man setzt $Q=mP$; so wird beynahe $m=\frac{b}{5c}$. Aus diesem Grunde ist also die folgende Tabelle ausgerechnet worden:

Tabelle für die starkste Ladung

Länge des ganzen Laufs in Calibern	Länge des Pulver-Raums in Calibern	Gewicht des Pulvers in 100 sten Theilen des Gewichts der Kugel
2	0,82	16
4	1,54	31
6	2,18	43
8	2,78	56
10	3,35	67
12	3,86	77
14	4,30	86
16	4,77	95
18	5,20	104
20	5,59	112
22	5,96	119
24	6,32	126
26	6,66	133

Länge des ganzen Laufs in Calibern	Länge des Pulver-Raums in Calibern	Gewicht des Pulvers in 100 sten Theilen des Gewichts der Kugel
28	6,99	140
30	7,31	146
32	7,61	152
34	7,90	168
36	8,18	163
38	8,44	169
40	8,69	174
42	8,93	179
44	9,18	184
46	9,42	188
48	9,66	193
50	9,89	198
52	10,11	202
54	10,31	206
56	10,51	210
58	10,71	214
60	10,90	218

Da diese Tabelle aus derjenigen Formul entsprungen, welche wir zuletzt gefunden, und in welcher alle Umstände ausser der allmahligen Entzundung des Pulvers in Betrachtung gezogen worden, so ist kein Zweifel, daß die in dieser Tabelle gegebenen stärksten Ladungen mit der Wahrheit näher übereinstimmen werden, als diejenigen, welche entweder nach des Autoris Regel gefunden worden, oder in der oben gegebenen Tabelle enthälten sind. Erstlich sieht man, daß alle in dieser Tabelle befindlichen stärksten Ladungen kleiner sind, als in der obigen; und wenn man ferner dieselbe mit des Autoris Regel vergleicht, so findet man, daß, wenn die Länge des Laufs kleiner ist, als 6 Caliber, die hier gegebene stärkste Ladung grösser sey, als nach dem Autore. Bey 6 Calibern stimmen dieselben vollig mit einander überein, und wenn der Lauf länger ist, als 6 Caliber, so weichen unsere Ladungen je länger je mehr ab von des Autoris Regel. Denn wenn der Lauf 60 Caliber lang ist, so kommt nach des Autoris Regel die Länge des Pulver-Raums ungefehr von 22 Caliber heraus, da unsere nicht einmahl die Helfte austrägt. Und wenn es möglich wäre, einen Lauf so 10000 Caliber lang zu machen, so würde die zum stärksten Schuß erforderte Ladung nicht mehr als einen Raum von $49\frac{3}{4}$ Calibern einnehmen, und diese Ladung würde bey nahe 10 mahl schwehrer seyn, als das Gewicht der Kugel. Wolte man aber die allmahlige Entzundung des Pulvers noch in Betrachtung ziehen, so würden, allem Ansehen nach, diese grösten Ladungen noch kleiner heraus kommen, daher man um so viel weniger zu zweifeln Ursache hat, daß die Regel des Autoris diese Ladung weit zu groß anzeige.