CHAPTER 5

DIVISION

AS THE FOURTH ARITHMETICAL OPERATION

1. *It is taught in division, how we should find a number, which indicates, how many times a given number is contained in another number. Or division teaches, how we may resolve a given number into so many equal parts, as we wish, and also shows at the same time the size of each such part.*

Just as multiplication has arisen from addition, where the numbers which should be added, are equal to each other : thus division has arisen from subtraction. Then if we ask, how many times a number is contained in another number, thus we must now search, how many times we can take away the same number from that which was left over. Division is therefore nothing other than a repeated subtraction, since we always take away the same number from that given number ; and just as often as the same number can be deducted, as the same number is contained in the given number. Thus if we ask, how many times is 18 is found in 72 ; thus we can find that, if we take away 18 so many times from 72 , until nothing more remains, since then 18 is contained in 72 just as often as we can deduct or take away 18.

Thus this example can be worked out by subtraction in the following manner:

$$\begin{array}{rr} & 72 \\ 1. & \underline{18} \\ & 54 \\ 2. & \underline{18} \\ & 36 \\ 3. & \underline{18} \\ & 18 \\ 4. & \underline{18} \\ & 0 \end{array}$$

Then if we take away 18 from 72 once, so 54 remains. We take away 18 for the second time from 54, so still 36 is left. We take 18 away form 36 for the third time, thus 18 remains. Thus if we take 18 away for the fourth time, nothing remains. So from which it is evident, that 18 is present four times in 72, after we have taken away 18 four times , nothing more remains. Now while 18 is understood to be four times in 72, so it follows, that four times 18 must make 72, which also is confirmed by multiplication. In a like manner we see also, that if 72 should be divided into 18 equal parts, that in each part there must be 4, while 4 taken eighteen times amounts to 72 . It happens thus that the two given descriptions agree with each other, in that one number taken so many times by other, holds just as many parts, as if the original number is divided into just as many equal parts, as the other number indicates [*i.e.* in the above case, 18 fours or 4 eighteens]. From this we see further, that division itself is applied in a like manner to multiplication, as subtraction does for addition. Then if two numbers are brought into a sum by addition, thus subtraction shows us how we can find the other number, if the sum and one of the numbers are given. As 27 and 44 make together 71; if we now ask, what is the other number shall be, which with 44 amounts together to 71, so this is an example of subtraction. Then if we take 44 from 71, thus we find the number which so added to 44, amounts to 71, namely 27. Likewise division and multiplication are now opposites, just as subtraction is the opposite of addition. Thus multiplication instructs, how we should find the factum or product of two given factors. But if that factum together with one factor is given, thus division instructs, how we can find the other factors. Then if we ask, how many times a number in the one is held, thus we search for a number, which multiplied by this amounts to this number. As if it were asked, how many times 12 is contained in 180, thus it is just the same as if we require a number which multiplied by 12 amounts to 180. This number is now 15, then 15 times 12 makes 180. In this way thus 12 is understood to go fifteen times into 180, and if we divide 180 into 12 equal parts, thus one part will be 15. But if the question is, how many times one number is contained in another, thus we are used to saying, that number should be divided by these. As 180 divided by 12 is none other found than how many times 12 is contained in 180.

2. *When a number is divided by another number, or if we ask, how many times this number contains the other; thus this same number which may be divided by the other is called the dividend, or for which the question is, how many times the same contains the other; while the other number, by which the dividend shall be divided, is called the divisor. But the number sought and must indicate, how many times the divisor is contained in the dividend, is usually called the quotus or quotient.*

In any example of division two numbers are given, the dividend and the divisor, and the question is, how many times is the divisor understood to be in the dividend. Since now the quotus or quotient of this is determined, thus the same is the number, which is sought, and concerning which the rules of division must be given. As we now know from above, thus the quotus is a number which multiplied by the divisor gives the dividend as the product, whereby in division the quotus, which is such a number sought, which when it is multiplied by the divisor, produces the dividend. Thus if we ask, how many times 12 is contained in 180, or if, as we are accustomed to say, what 180 divided by 12 must become, thus 180 is the dividend and 12 the divisor. But the number, which is sought, or the quotient indicates, how many times 12 is held in 180, and thus it provides, that the same times 12 amounts to the given 180. From this it is now easy to understand, when an example of division is presented, which both are the given numbers, and which of these is the divisor, and which the dividend. And is most necessary that, ere we progress with the operation itself, we understand the example, and know the given numbers are called correctly, from which we can operate with the same according to the given rules. As when 12 people had to divide 1728 rubles among themselves, and we enquire, how much each person received, so the question arises from that, that we indicate the sum, which falls to each person. But this sum is so great, that if we take the same 12 times, 1728 must arise. There is thus in this example a number required, which multiplied by 12 produces 1728 . This example therefore pertains to division, and 1728 is the dividend, 12 the divisor, but the quotient thus must indicate how much a person is going to receive through the division. Thus after we have understood this example in this manner, so it is not now clear, how this goes in division, and what numbers should we take for the dividend and the divisor.

3. *But it is well to note, that not every number can be divided through by any one number, but the dividend must be such a number, which actually can arise from the multiplication of the divisor by some other number. But the dividend is not thus provided, so that we cannot assign whole numbers by which we can handle everything at once, just how great the divisor actually is considered in the dividend. In such cases we must thus be content, to provide the nearest smaller number for the quotient, but whereby we must note, how much remains from the dividend, by which the divisor cannot contain more. And this number left over, thus arising from such a division, also usually is called the remainder.*

In this case division again has a similarity with subtraction, and both find an exception, to which addition and multiplication are not subjected. Numbers can be taken as they are, as far as to be added or multiplied by each other. But if a number should be subtracted from another number, thus the former must be smaller than the latter, otherwise the remainder cannot be indicated by the customary numbers, the only ones still known alone. Namely this number, from which another must be taken away, must be the sum of this number and the remainder. Likewise, since division is the opposite of multiplication, and the required quotient must be provided, that same arises with the divisor multiplied by the dividend, thus the dividend must be such a number, which actually can arise through the multiplication of the divisor by another number. But if the dividend thus is not provided, then the quotient cannot be expressed through such a number, on which we currently act, on account of requiring a fraction for that, whose nature however is still unknown, is set out first and explained in the following. In view of these fractions, the numbers with which we have been concerned until now are called whole numbers: and therefore we say, that the quotient cannot always be expressed by whole numbers. On that account two kinds of division arise, from which the one method is provided thus, that the quotient can actually be designated by whole numbers. The other method contains such examples, in which the quotient cannot be given by whole numbers. In the examples of the first kind thus the dividend must be provided, which is actually a product of which the divisor itself is a factor. Such an example is the following, if 182 shall be divided by 13, then there the quotient is 14, and 182 arises, if we multiply 13 by 14. From such examples we can say, that the dividend actually lets itself be divided by the divisor; thus let 72 itself be divided by 8, then 8 times 9 gives 72. An example pertaining to the other method is as follows : if 13 shall be divided by 3. Then we can provide no whole number, which multiplied by 3 amounts to 13; then 3 multiplied by 4 gives 12, and 3 multiplied by 5 gives 15; thus the true quotient is greater than 4 and smaller than 5, and thus cannot be given by any whole number division. Therefore, because this is not the place to deal with fractions, thus we must be satisfied by specifying the next number instead of the quotient, and to note how much it lacks. As in the example, since 13 must be divided by 3, thus we can say, that the quotient is 4, but not completely, as 4 times 3 makes only 12, not 13, and thus there is a difference of 1.

This difference is actually the remainder, which remains by such a division. In like manner, if 101 shall be divided by 12 , thus we see, that more than 12 times 8 is realized in 101, but less than 9 times; now we usually take the next smaller number for the quotient, therefore in this example 8 is the quotient ; but because 8 times 12 makes only 96, which number accordingly is 5 smaller than the given number 101, thus the remainder is 5. In such examples therefore the specified quotient thus provided, that, if we multiply the same by the divisor and add the remainder to the product, the dividend arises. But whereby is observed, that the same is not the true quotient, in that the true quotient must always give the dividend when multiplied by the divisor. But the true quotient comes out, if we add the same to the quotient found, if we divide the remainder still by the divisor. In such examples we are accustomed to say, that the dividend cannot let itself be divided by the divisor, but that a remainder is left. However it is clear, that this remainder must always itself be smaller than the divisor, then were the same to be greater, thus also the quotient to become greater.

4. *In order to grasp and use the following rules, by the aid of which all the examples of division can be calculated, it is necessary, above all, that all those instances in which the divisor is less than ten, and also less than 10 times in the dividend, should already be able to be calculated mentally, and both the quotient and the remainder, if there is one left to calculate. For which, likewise, the necessary instruction will be given here.*

It was necessary likewise in addition, subtraction and multiplication, that we know how to perform the operations with simple numbers, before we could actually set out the rules, as this is still necessary in the case of division. Now that the division is contrary to multiplication, and in multiplication has been required to know that two numbers less than ten are multiplied together, division requires that all those examples can be calculated in which both the divisor and the quotient are smaller than 10; by what were in multiplication called the multiplicand and multiplier, in division to become the divisor and the quotient. Whereby it is now most necessary, to observe the distinction between these examples, in which the true quotient can be indicated, and those, in which a remainder is left. As far as it concerns examples of the first kind, since the true quotient can be indicated, the same is easily recognised from the given multiplication table, namely when the same table has been well impressed on the memory. Then if we know for example, that 6 times 9 is equal to 54, thus we know also equally, that 6 is held in 54 nine times, in the same way also, that 9 is held six times in 54 . However, we would like to include the following table:

2 into 2 is contained 1 times	3 into 3 is contained 1 times
2 " 4 " " 2 "	3 " 6 " " 2 "
2 " 6 " " 3 "	3 " 9 " " 3 "
2 " 8 " " 4 "	3 " 12 " " 4 "
2 " 10 " " 5 "	3 " 15 " " 5 "
2 " 12 " " 6 "	3 " 18 " " 6 "
2 " 14 " " 7 "	3 " 21 " " 7 "
2 " 16 " " 8 "	3 " 24 " " 8 "

2 " 18 " " 9 "	3 " 27 " " 9 "
4 into 4 is contained 1 times	7 into 7 is contained 1 times
4 " 8 " " 2 "	7 " 14 " " 2 "
4 " 12 " " 3 "	7 " 21 " " 3 "
4 " 16 " " 4 "	7 " 28 " " 4 "
4 " 20 " " 5 "	7 " 35 " " 5 "
4 " 24 " " 6 "	7 " 42 " " 6 "
4 " 28 " " 7 "	7 " 49 " " 7 "
4 " 32 " " 8 "	7 " 56 " " 8 "
4 " 36 " " 9 "	7 " 63 " " 9 "
5 into 5 is contained 1 times	8 into 8 is contained 1 times
5 " 10 " " 2 "	8 " 16 " " 2 "
5 " 15 " " 3 "	8 " 24 " " 3 "
5 " 20 " " 4 "	8 " 32 " " 4 "
5 " 25 " " 5 "	8 " 40 " " 5 "
5 " 30 " " 6 "	8 " 48 " " 6 "
5 " 35 " " 7 "	8 " 56 " " 7 "
5 " 40 " " 8 "	8 " 64 " " 8 "
5 " 45 " " 9 "	8 " 72 " " 9 "
6 into 6 is contained 1 time	9 into 9 is contained 1 times
6 " 12 " " 2 "	9 " 18 " " 2 "
6 " 18 " " 3 "	9 " 27 " " 3 "
6 " 24 " " 4 "	9 " 36 " " 4 "
6 " 30 " " 5 "	9 " 45 " " 5 "
6 " 36 " " 6 "	9 " 54 " " 6 "
6 " 42 " " 7 "	9 " 63 " " 7 "
6 " 48 " " 8 "	9 " 72 " " 8 "
6 " 54 " " 9 "	9 " 84 " " 9 "

Thus we see from this table, all these cases in which both the divisor as well as the quotient are simple numbers or which are less than 10. And anyone who had learned this table well, can say the true quotient for each single case arising is present in this table. If, for example, the question is, how many times is 7 is contained in 56, thus the same knows at one, that it is 8 times. But we have left out these cases in this table, in which the divisor is 1. Then 1 is understood to be in every number as often as the number itself indicates. That is, if the divisor is 1, thus the quotient is equal always to the same divisor. We see this also by multiplication; that while the quotient is multiplied by that divisor then the dividend must appear, thus it is clear, that, if the divisor is 1, the quotient must be equal to that dividend. Thus if for example 23 must be divided by 1, thus the quotient is 23, then 23 times 1 makes 23. Hence we are accustomed to say, that one does not divide, while the dividend indicates the quotient itself. Further it is evident also, that, if the divisor is equal to the dividend, the quotient must always be 1, then any number is contained once in itself. Finally it should be observed also that, if the divisor is 0, the quotient shall be infinitely great; this case alone does not occur in common division, thus it is not necessary to convey something of the infinite to a beginner. Therefore we proceed to examples of the other kind, in which the true quotient cannot be given in whole numbers, and by which we are satisfied to indicate the next quotient, and the next remaining remainder. Namely we see from the above table, that the numbers in the two columns do not proceed in order down from above, but that between the same one or more numbers are to be present always. If therefore such a number, which does not appear in the table, but belongs between the same two numbers, shall be divided by a simple number, thus the true quotient cannot be given, but therefore we must take the next smallest number and the remainder left behind thereby is shown. Thus we search in that part of the table, in which the given divisor stands above, in the second column to the dividend next smaller number, and seen to be the same from the dividend, since then the remainder from the remainder left over from the division can be indicated. But the number in the third column, which stands thereby, gives the quotient. As if the question were, how many times is 7 is contained in 38, or if 38 shall be divided by 7, thus we see in this part, that 7 stand in the first column, that 35, therein seven is contained 5 times as the next smaller number to 38, and the remainder is 3, thus to be left over if 35 is taken from 38. Therefore the quotient is 5 and the remainder 3, when 38 is divided by 7 ; then 5 times 7 is 35, and from that the remainder 3 done makes 38. If we have memorized the above table well, thus we see equally, how many times we must take the divisor away, so that the next smaller number becomes the dividend. And that is then the number of times the divisor must be taken with the quotient; and if we multiply this quotient with the divisor, and that product is subtracted from the given dividend, thus the remainder is left behind. As if 59 shall be divided by 8, thus we can see easily, that if we take 8 times seven the next smaller number below 59 arises. Therefore the quotient is 7, and 7 times 8, that is 56, taken from 59 gives 3, that is the remainder left over. But briefly to verify that, we say: take 8 into 59 or I have 7 times, 7 times 8 is 56, from 59 three remain, that is the remainder. Thus if the dividend is less than 10 times greater than the divisor, and the divisor is a simple number, thus by this easy method the quotient can be given as the remainder as well. As if 87 may be divided into 9 parts, since 87 is less than 9 times 10, thus this example belongs here. We can thus say, 9 into 87 is either had 9 times, but 9 times 9 is only 81, from 87 there remains 6, therefore the quotient is 9 and the remainder 6. If the dividend is smaller than the divisor, thus the quotient is 0, while the remainder is equal to the dividend; as if 4 shall be divided by 7, thus we say, 7 goes no times or is contained 0 times. But now 0 times 7 is 0, from 4 there remains 4, and thus 4 is the remainder and 0 the quotient.

5. *What has been said in the above about the division by a simple divisor, can be understood equally from units. That is, if the dividend and the divisor are signified by units, so also are the numbers to be indicated by units, which arise for the quotient and the remainder. But if now the divisor is signified in units, but the dividend to be signified either in tens or hundreds or thousands, etc, so must also the numbers, which are to be found for the quotient and the remainder from the same kinds, be understood namely either from tens, hundreds, thousand, etc.*

The understanding of this proposition briefly is this, that both the quotient as well as remainder, indicate the variety or kind of the magnitude, just as the dividend indicates, if the divisor namely consists of units only. And not only is this true also for the reported kinds of numbers such as tens, hundreds, and so forth but also from every given denomination, which is given by division. As if for example 69 rubles must be divided by 8 units, thus we say, 8 into 69 is held 8 times, but 8 times 8 makes only 64 from 69, 5 remain. Now because the dividend indicates rubles, thus there are 8 rubles for the quotient and 5 rubles for the remainder. Then 8 times 8 rubles makes 64 rubles, and to that the remainder done, namely 5 rubles, makes 69 rubles, that is the dividend, as the nature of the division requires. Now what has been said of rubles is itself equally is understood by any name which the dividend might adopt. And thus from this it is clear enough, that the quotient and the remainder must have the same name as the dividend had ; therefore we have less to doubt, which concerns the terms such as the tens, hundreds, and so forth. Therefore equally as for the 69 rubles, if we divide the same by 8 units, gives 8 rubles for the quotient and 5 rubles left over, thus given 69 tens divided by 8 units gives 8 tens for the quotient and 5 tens for the remainder. In a like manner 69 hundreds divided by 8 units gives 8 hundreds for the quotient and 5 hundreds for the remainder ; and so with all the following kind. From this it is thus apparent, however great the numbers, as are found in the above table, can be divided by simple numbers. As if 2400 may be divided by 4, thus I say: 2400 is just as many as 24 hundreds, and thus to divide 24 by 4 and find 6 hundreds for the quotient without a remainder. I say therefore, that the quotient sought is 600. But if 46000, that is 46 thousands, shall be divided by 7 , thus the quotient will be 6 thousands, that is 6000, whereby 4 thousands remain, that is 4000 units, but which further can be divided by 7, which will be handled further in the following.

6. *If a composite number, as large itself as it may be, shall be divided by simple number, thus all the parts themselves, that it contains all the particular kinds, from which the number itself is composed, to be divided by the division, whereby the start must be made from the largest kind. But the remainder, which is left over by each kind, is to be changed in the following smaller kind and to be added to the same kind, and thus proceeding by division as far as the units of the smallest kind: since then all these particular quotients of the sought quotient to be added together ; and what remains left by the last division, is the leftover remainder.*

Just as in multiplication the desired product is found, if we multiply all the parts of the multiplicand by the multiplier and all these particular products added together; thus we find also the sought quotient in division, if we divide all the parts of the dividend by the divisor and all these particular quotients added together. Then since in division the question is, how many times the divisor is contained in the dividend, thus we are able to know the number sought or the designated quotient, if we know, how many times the divisor is contained in each part of the dividend, then all these particular quotients together give the whole quotient sought. As if for example 6903 shall be divided by 3, thus the parts of the dividend are 6 thousands, 9 hundreds and 3 units. The first part, namely 6 thousands, divided by 3 gives 2 thousand for the quotient. The second part, 9 hundred, divided by 3 gives 3 hundred in the quotient, and finally 3 units divided by 3 give 1 unit in the quotient. All these quotients together are now 2 thousand, 3 hundred and 1 unit, that is 2301, and this number is the quotient sought, which thus arises, if 6903 is divided by 3, and nothing is left over. In this example to be sure each part of the dividend is allowed to be divided without a remainder ; it is equally easy to proceed from the same, as we have to behave, if by these particular divisions something is left over. Then since the remainder, which is left behind in the division of single parts or kinds of the dividend by the divisor, still is not divisible, in that we still have not found, how many times the divisor is contained therein, thus the same remainder must be changed into the following smaller kind, and the same put in place, and from that these together to be divided by the divisor. In this manner we must thus proceed from the greatest kind of the dividend to the smallest, until we come to the units; and if thereby a remainder is left behind, thus the same is the actual remainder, which must be designated nearest to the quotient. As if the number 8359 shall be divided by 6, thus must the start be made from the 8 thousands, as the largest kind of dividend. But now 8 thousand divided by 6 gives 1 thousand for the quotient and 2 thousand remaining left over, or which must still be divided. Now from that these thus the hundreds are able to be done, whereby we acquire 20 hundred; but to this 3 hundred, which are actually present in the dividend, are included, to make 23 hundred; therefore this divided by 6 gives 3 hundred for the quotient, and 5 hundred remain for the remainder. Now we change these 5 hundreds into tens, that gives 50 tens; but while 5 tens are actually at hand in the dividend, thus we have 55 tens divided by 6, this gives therefore 9 tens to the quotient and 1 ten remains left over. This 1 ten makes 10 units, which with the 9 units of the dividend amounts to 19 units, this divided by 6 gives 3 units to the quotient and 1 unit remains as the remainder. Now while the units are no longer able to be changed into smaller kinds, so thus the 1 unit really remains left over and cannot be divided. In this example therefore 1393 is the quotient and 1 the remainder, and if we multiply that quotient 1393 by 6 and add 1 to the product, namely the remainder, thus the dividend 8359 appears. From this we see thus, why in division the operation must begin from the greatest kind and consequently from the left hand, since yet in the previous operations the start had to be made from the right hand from the smaller kinds. Now in this example, the foundations and reasoning of all the operations is made equally clear; but if we only want to employ the necessary operations, in order to obtain the quotient and remainder, thus we can obtain the same more briefly in the following way :

$$\begin{array}{rl} & \;\;251 \\ 6) & \underline{\;8359\;(1} \\ & \;\;1393 \end{array}$$

For the dividend is written down and the divisor for that put in place, and with a line drawn underneath, under which the quotient is written. Hereupon we begin from the left hand or from the greatest kind of the dividend to be divided and say, 6 is held once in 8 and 2 retained; that 1, while the same indicates the thousands, is written under the line under the 8, namely in the place of the thousands; but the remainder, namely 2, is put above the 8, and in the following operation with the hundreds regarded as 20. That is taken with the 3 hundreds, and gives 23, just as the number itself turns out. Here we say :

6 is held 3 times in 23 and 5 is left behind; that 3 we write under the line after the foregoing number, but the remainder 5 above the 3, which with the 5 tens of the dividend amounts to 55. Thus we say further: 6 is held 9 times in 55 and 1 remains over, thus we write 9 under the line and the remainder 1 above the tens, namely above 5. This 1 with the following 9 makes 19, which divided by 6 gives 3 in the quotient and 1 remains back, the 3 units thus to be in the quotient written under the line, and the remainder 1, while the same is the last, accordingly is placed under the dividend . Now if we have brought the operation in this manner to an end, thus we write the quotient under the line, below the dividend but placed behind the remainder found. In such a manner are the following examples now to be calculated:

```
   1
4) 13628 (0          251
   3407          8)  34973 (5
                      4371
```

By this first example it is to be remembered, that, while the first figure from the left of the dividend, namely 1, is less than the divisor and thus a 0 must be put in the quotient going to the left, which is of no importance so this 1 does equally for the following order, which amounts to 13, and thereby the division begins. A similar explanation is had for the other example, in which likewise we have to begin by dividing 34 by 8 . But if a 0 appears in the middle or at the end of the quotient, so must the same by necessity be written, so that each figure arising from that comes to its appropriate place. This case arises in the first example, which arises in the following way : 4 is contained 3 time in 13 and 1 remains over, write 3 under the line and 1 above the 3 in the dividend. We know further, 4 is contained 4 times in 16 and nothing left over, thus write 4 under the line, and nothing remains, we say: 4 into 2 does not go, therefore put a 0 in the quotient, and the 2 tens as well actually is the remainder, so we take the same at once together with the following 8, that gives 28, by that 4 by seven is understood, and no remainder is left behind; so that thus the quotient is 3407.

7. *If the divisor is a simple number with one or several zeros attached, such as 30, 400, 7000 or the like, thus the division can be made in the same manner as with simple numbers. Then we need only throw away so many zeros from the divisor, and from the dividend just as many figures from the right hand, and so that this dividend can be divided by the simple number arising, since then we can find the true quotient. But for the remainder left over, we must put back in place the figures discarded from the divisor from the right hand, so that we will have the true remainder.*

In order that this operation can be introduce more clearly, so let us divide this number 156 327 by 700. We cast of the three zeros from 700 and the last two figures 27 from the dividend 156327, and divide 1563 by 7 as follow:

```
     12
7)  1563 (2
     223
```

In this manner we have found 223 for the quotient sought. But the remainder is not 2, but 227, since the two figures 27 cut off from the dividend are attached to the remainder 2 found. Thus if we divide the number 156 327 by 700, so from this comes the quotient 223, but for the remainder 227, of which the truth is at once apparent, if we multiply the quotient 223 by the divisor 700 and add 227 to the product 227, since then the above dividend becomes 156327. But the basis of this operation consists therein, that we always find a single quotient, if we multiply both the divisor and the dividend by a single number. As if we multiply both the dividend and the divisor by 10, or by 100, or by 1000 or by some other like, thus we always find just the same quotient, as if we divide the true dividend by the true divisor. Then since the quotient multiplied by the divisor produces the dividend, so must the quotient multiplied with a 10 times greater divisor produce a dividend 10 times greater, but with one 100 times greater divisor 100 times greater dividend and so forth arises, as is known sufficiently from the multiplication. Now since in the given example 1563 divided by 7 gives 223 for the quotient, but 2 for the remainder, so must 100 times 1563, that is 156300, divided by 100 times 7, that is by 700 gives just the same quotient, namely 223. But the remainder, which is a part of the dividend, thus itself lets no further division by the divisor, consequently is 100 times greater and thus is 200. Therefore if we divide 156 300 by 700, thus the quotient is 223, but the remainder is 200. Now since 156327 is only about 27 greater than 156300 and this 27 itself is not allowed to divide the divisor, thus this 27 arises, if we want to divide 156327 by 700, still with the same remainder, so that in this case the quotient 223 remains, but the remainder is greater by 27 and consequently becomes 227.
Now as the truth of the given rule is demonstrated in this example, thus this same principle is found to take place in all other similar examples. But there we have seen in the calculation of one such example itself both the discarding of the zeros of the divisor as well as the discarding of the zeros of the figures of the dividend, thus we are accustomed in that work not to discard, but only to be cut off with a line, as can be seen in following example:

```
              334
   8|000)   2756 | 389
 Quotient    344   Rem. 4389
```

Here 2756389 must be divided by 8000 ; therefore from the 8000 the three zeros, but from the dividend the 3 last figures is cut off, and only the 2756 divided through by 8, since then 344 is found as the quotient, but the remainder is actually the 4 found, or because of the 3 figures cut off 4000, beside the figures themselves cut off, namely 389, so that the full remainder, thus by this example 4389 to remain. From this it is apparent now in one very easy way, how it is divided by 10, 100, 1000 and so forth, which in these cases is, that the number standing before the zeros is a simple 1. Since there, after the zeros according to the given rule is cut off, must be only through one division, but the unit does not change the dividend, so the quotient of the dividend is at once established, thus the remaining numbers of the dividend are returned, after just as many figures have been cut off from the dividend as zeros standing after the unit in the divisor, to give the quotient itself; but the figures cut off give the remainder. As if 76034820 shall be divided by 10000 , as follows:

$$1|0000)\quad \underline{7603}\,|\,4820$$

thus 7603 is the quotient, but 4820 is the remainder.

8. *If the divisor is a composite number, then the division is performed in the following manner. In the first place thus so many figures are to be cut off from the left hand of the dividend, until this shortened number is greater than the divisor, and consequently is able to be divided by the same divisor. From this we see, how many times the divisor is contained in the truncated number, and this number gives the first figure from the left in the quotient. In the third place we multiply the divisor by the number written in the quotient and take the product from the considered part of the dividend, and to the remainder we attach the following figure to the right of the dividend. Fourthly we seek, how many times the divisor is held in this number, and we write so many in the quotient for the second figure. In the fifth place, we multiply the divisor with this number and take the product from the that number. We attach the further following figure to the remainder, and take it away in the prescribed manner, from which we then obtain the third figure in the quotient. And in such a way we proceed further, until all the figures of the dividend are to be considered, since then we have the full quotient; and what is left over in the last subtraction, that is the remainder.*

The division by a composite divisor has to be done in the same way as by a simple division ; namely in both cases operations of any kind are to be set out in just the same order. The only difference consists of this, that a simple number the whole division or operation can be done mentally, which for a composite divisor can only be done on paper. As if by a simple divisor each figure of the quotient multiplied by the quotient , and the product taken from the remaining part of the dividend, so both can happen mentally, but both operations, if the divisor is a large number, actually must be worked out on paper. Now this is seen more clearly from the following example, in which we want to divide 178093 by 23. This example now in the first place is accustomed to be written in such a manner :

$$\begin{array}{ccl}
\text{Divisor} & \text{Dividend} & \text{Quotient} \\
23) & 178093 & (2243 \\
 & \underline{161} & \\
 & 170 & \\
 & \underline{161} & \\
 & 99 & \\
 & \underline{92} & \\
 & 73 & \\
 & \underline{69} & \\
 \text{Rem.} & 4 &
\end{array}$$

Now if we consider the divisor as a simple number and the division used from the previous understood method, thus initially we must take the first three figures of the dividend together, namely 178, and divide the same by 23, while the first, namely 1, and two first 17 alone are smaller than the divisor, and themselves thus cannot perform the division. On that account we must search, for how many times 23 is to be present in 178, and what is left over; which from the beginning must be done by trials, ere we can give some rule for that. But now it is easy to see, that 23 is held in 178 no more than 7 times, while 8 times 23 already amounts to 184, that is more than 178. Therefore we say : 23 is contained in 178 seven times, and write seven in the quotient; and while 178 does not indicate units, but thousands, thus to indicate more than 7 thousand in the quotient ; from where also to be seen, that in the quotient after the 7 still 3 figures must follow, in fact, just as much to follow in the dividend after 178. Now 23 times 7 thousands makes 161 thousands, which is taken from 178 thousands to leave behind 17 thousand ; this subtraction is now actually performed on the paper. This 17 thousands being left over cannot now be divided further by 23 so to be divided, that one or more thousands come into the quotient, while 17 is smaller than 23; on account of which this 17 thousands to be changed into the following smaller kind, namely into hundreds, and to amount to 170 hundreds. If now in the dividend also hundreds are to be present, thus must the same still be put in place from that ; but because that is smaller, so we have only to divide this 170 hundreds by 23 . But 23 is contained in 170 again 7 times, and therefore 7 hundreds come into the quotient in the place of the hundreds. But now 23 times 7 hundreds amounts to 161 hundreds, which taken from 170 hundreds leaves behind 9 hundreds. Further this 9 hundreds amounts to 90 tens, to which the 9 tens, thus in the dividend are to be added making 99 tens ; which 99 we know without reckoning, if we only attach the 9 from the dividend to the remainder 9 found. Now we say : 23 into 99 is contained only 4 times, then 5 times 23 already is more than 99, namely 115. These 4 are now tens and come into the quotient in the place of the tens ; but 23 times 4 tens makes 92 tens, which taken from the 99 leaves behind 7 tens. This 7 tens makes finally 70 units, which with the 3 units of the dividend amounts to 73 units ; or it is necessary only, to the 7 given above to write after the 3. In 73 we have finally 23 held only 3 times, which 3 units thus must be written in the quotient in the last place. But while 3 times 23 only amounts to 69, thus must this 69 be taken for 73, since then the remainder 4 is the true value of the remainder, which remains behind in this division ; thus so that the quotient found is 7743 and the remainder 4. From this example the operations are now easily provided, which must be carried out by the same divisions. But so that the same may be put in place with less trouble, we will consequently give the rules at hand, which reasoning follows easily from the matters discussed.

I. If initially the question is, how many times the divisor is held in each part of the dividend, through which operation, as seen in the above example, each single part of the quotient is found, thus it is to know, that the divisor at the most is contained therein 9 times, while through such an operation a number arises in the quotient, which cannot be greater than 9. In that way also by the trials we would not lose much time, if we wanted to multiply the divisor by all the simple numbers, thus from that we can see at once, which product comes nearest. Yes, if the dividend and the divisor are very large numbers, and also how many number arise in the quotient, thus it is very useful, if we can separately write down all the products of the divisor by simple numbers, by which we can then remove these multiplications occurring for each operation. But by smaller examples, that do not give us any trouble, the following in place can help us. Initially we represent all the figures of the divisor apart from the first as zeros, and see after the previous point, how many times this divisor is contained in the provided part of the dividend. After this we suggest the first figure itself according to its size, and see further, how many times this divisor is contained in the number itself. While now from these, two numbers are assumed in the divisor, the one smaller, but the other larger than the true divisor, then in the first the quotient will be too great, but in the second it will be too small. Therefore we take for the quotient a mean number, which comes closer to one or the other quotient, so that one or the other is still nearer to the true divisor. Now we try out the operation with this quotient, and if the same still is found to be either too large or too small, thus we must try with a smaller or larger number. As in the above example, since the question was, how many times 23 is contained in 178, thus we divide firstly 178 by 20 or 17 by 2, and then 178 by 30 or 17 by 3. There is thus the quotient 8 for the divisor 20 ; but 5 for the divisor 30. Now while the first divisor comes closer to the true divisor 23 , thus also 8 must be nearer to the true quotient than 5, as then it was found thus to be 7. But the divisor comes as one of the two, which is assumed to be thus accordingly so much nearer than the other, thus we have only to try with the nearer one alone, and indeed with this foresight, that if the smaller comes nearer, the quotient sometimes is only about a unit too great, but in the other case it arises too small. In this way, instead of the true divisor, thus we assume such a one, which is composed from a simple number with attached zeros, by which the division or rather only the finding of the quotient, in that the remainder is nothing of necessity, after the foregoing point is to be carried out just so easy as with the single numbers. As if the question is, how many times is 319 contained in 1268, thus I see only, how many times 300 is contained therein, and not to try once with 400, while this number 319 comes far closer to this. But in order to find, how many times 300 is contained in 1268, thus we need see only, how many times 3 is present in 12, which is 4 times; therefore the quotient is 4, or from the highest only 3. But if it may be sought, how many times 2976 is held in 15873, so we use only 3000 itself for the divisor alone, and thus to divide 15 by 3, so that the quotient 5 will be the true quotient. By means of these instructions we will now be able to find easily, how many times any previously given divisor is contained in a given part of the dividend, and thus the figures are to be found, from which the quotient can be composed. But by means of a studious exercise this work is very easy.

II. But while it can be done according to this method, that we can assume the quotient either is about one too large or too small, thus we can also correct this inside in the following easy way. Namely if the quotient is assumed to be too great, thus we can note the same equally, if we multiply the divisor by that, and the product is greater than the part of the dividend, from that the same must be taken away. But if this product is smaller, so that the subtraction can be done, but the remainder left over, thus is as great or greater than the divisor, thus this is an indication, that we have assumed the quotient too small, and the same thus must be assumed accordingly one greater. By means of these rules we can now easily see that no mistakes are made.

9. *This rule for division now follows here: After we have put in place the divisor for the dividend, thus just as many figures are to be truncated from the left-hand of the dividend as are present in the divisor, namely when this cut delivers a number as great as the divisor, or a number greater than the divisor in the adverse case. From this we see, how many times the divisor is held in this truncated number, and we write the number found as the first figure in the quotient to the left. We multiply the divisor by this quotient and subtract the product from the truncated dividend. To this remainder we attach the following figure of the contracted dividend, and search again, for how many times the divisor is contained in this number, which number gives the second figure of the quotient; and with this we multiply the divisor further, subtract the product from each number, and attach to the remainder the following figure of the dividend. In this number we search further, how many times the divisor is contained, and perform the same above operation, until we reach the full quotient. What remains from the last subtraction is the remainder, which thus still remains from the division.*

The basis of this operation has already been clearly satisfactorily demonstrated in the foregoing, and therefore there is no need to be further clarify this rule, as we employ this usage in several examples. Let us hence divide this number 943 769 703 by 251, which operation is done as follows :

```
Divisor      Dividend      Quotient
 251)       943|769703    (3760038
            753
            1907
            1757
            1506
            1506
                970
                753
                 2173
                 2008
the Remainder     165
```

Since the divisor is composed from 3 figures, thus only 3 figures are to be cut from the dividend, namely 943, while this number is already greater than the divisor. In this truncated number now the divisor is contained 3 times, and hence we write 3 as the first figure of the quotient, and multiply the divisor by 3 ; we write the product 753 under the cut off number and subtract. To the end of the remainder 190 we attach after the cut the following figure of the dividend, namely 7, and search, now many times the divisor is contained in 1907. Now this is 7 times, and hence write 7 in the quotient. Further we multiply the divisor by 7 and subtract the product 1757 from 1907; to the remainder 150 we write the following figure of the dividend, namely 6, since then we will have 1506. The divisor is contained 6 times in this number 1506 , whereby 6 has been put into the quotient, and the divisor multiplied. The product, as the same also amounts to 1506, thus is taken from 1506, then nothing remains there. If now according to the rule we write the following number of the dividend 9 for that, so we have only 9, in which number the divisor is present no times ; whereby we write 0 in the quotient ; and since 0 times 251 also amounts to 0, and 0 taken from 9 leaves 9 behind, thus it is unnecessary, that this operation be written down, but equally we take this 9 as the remainder, and write to that the following figure 7. Thus we have 97, in which number we understand again the divisor is zero times, and therefore write again 0 in the quotient, since then 97 will be the remainder. Here we place the again the following figure of the dividend, namely 0; thus we have 970, in which number the divisor is now contained more than 3 times. Therefore we write 3 in the quotient, and the product of the divisor by 3, namely 753, we take away from 970, there then remains 217 left. To this the last number of the dividend 3 is finally written, and since 251 is contained eight times in 2173, 8 is put in the quotient. Now 8 times 251 makes 2008, which number taken from 2173 leaves behind 165. This 165 is thus the remainder, and 3760038 the quotient sought. This example has therefore taught, whereby we see, how 0 can arise in the quotient, and whereby we cannot forget to write this therein. Then as often as a number may be written down from the dividend, thus just as often must a number must arise in the quotient, equal to an actual number or to zero. And therefore the number of figures in the quotient must always be one greater than the number of figures which follow after the cut in the dividend. Further 255543000 divided by 827 should be as follows:

```
827) 2555|43000 (309000
      2481
      ----
        7443
        7443
        ----
            000
```

In this example, since the divisor consists of more that 3 figures, the cut must be composed from 4, while 3 figures, 255 is less than the divisor, and consequently a 0 would have to come at the beginning of the quotient, which is of no importance and thus superfluous. Now if 2555 were divided by 827, thus 3 arises in the quotient and 74 remains over. To this 74 we write the following figure of the dividend, 4, so that we have 744, in which number the divisor is contained no times, therefore we put a 0 into the quotient, and then at once write down the following figure 3 to 744. Now in 7443 the divisor is held 9 times, which 9 to be put into the quotient. But 9 times 827 makes equally 7443, whereby in the subtraction nothing to remain behind. The following figure of the dividend 0 to be written down, gives a 0 in the quotient, also in the same way the two last 00 of the dividend; and since 0 multiplied by the divisor gives 0, and 0 taken from 0 leaves 0 behind, thus the remainder is 0, and the quotient 309000. Likewise further in the seventh point it is known to be the case, that the division by a simple number with numbers attached to it can be performed in the same way, as by the simple number alone: thus also on the same basis it is easy to be seen, that these also took place with divisors, which are composed from composite numbers with zeros attached to them. Namely we can likewise cut the zeros from the divisor and just as many figures from the dividend, and such a quotient to be ensured. But in order to have the remainder from this division, we must cut off figures from the dividend and add figures in the remainder. As if for example it is wished to divide 1307 629 by 3700, thus the operation is established in the following way :

```
Divisor  Dividend  Quotient
37|00)  130|76|29 (353
        111
        ---
         197
         185
         ---
          126
          111
          ----
Rem.       1529
```

Now, as this guide to division is sufficient, and for a final practice of the given rules, nothing more is necessary than ready exercise, thus some examples are to be added on, as we wish to show the use of division in everyday life.

Examples of Division.

I. Nineteen people have between themselves the sum of 71 098 rubles, that each one obtains just as much from that as the other. Now the question is, how much will each obtain ?

Ans.: As each should obtain as much as the another, thus the sum of 71098 rubles must be divided into 19 equal parts. But this is done, if we divide 71098 by 19, since then the quotient will identify, how many rubles each person receives. The operation is thus as follows :

```
1 9)  7 1|0 9 8 (3 7 4 2
      5 7
      -----
      1 4 0
      1 3 3
      -----
        7 9
        7 6
        ---
         3 8
         3 8
         ---
           0
```

It will be thus that a person obtains a straight 3742 Ruble and nothing left over, as this division has been worked out without any remainder.

II. A father leaves his three sons 39 690 rubles, which by virtue of the will the same must be divided in such a way divided, that the eldest obtains twice as much as the middle son, but the middle son obtains twice as much as the youngest. Now the question is this, how much does each son have inherited from that ?

Ans.: Since the middle son obtains twice as much as the youngest, but the eldest twice as much as the middle, thus when the youngest receive his portion, the middle son will receive twice, but the eldest 4 times suchlike a portion. Such portions, which are equal among themselves, thus are 7; and therefore the whole will to be divided into 7 equal parts, of which 1 part goes to the youngest, 2 to the middle, and the remaining 4 parts must go to the oldest. We have on that account only to divide the sum of 39 690 rubles by 7, thus the quotient will be namely 5670 rubles, the size of the portion given there. Thus the youngest obtains 5670 rubles, the middle one 11340 rubles, and the eldest 22680 rubles.

III. 748818 rubles were to be divided thus between a certain number of soldiers, so that each received 283 rubles. So the question is, how many soldiers were there?

Ans.: Since each soldier obtained 283 rubles, thus we must, if we multiply 283 by the number of soldiers, obtain the afore mentioned sum, namely 748818. This question thus follows on from that before, that we find a number, which multiplied by 283 becomes 748818. Now this is done by division, if we divide 748818 by 283 : since there the quotient found has this property, that the same multiplied by the divisor 283 gives 748818. Therefore in order to find the number of soldiers, we must only divide 748818 by 283, since then the quotient will show the required number of soldiers sought, as follows :

```
283) 748818 (2646
     566
     ----
     1828
     1698
     ----
      1301
      1132
      ----
      1698
      1698
      ----
         0
```

The number of soldiers is therefore 2646 men.

IV. Anyone who wants to travel round the whole earth must complete a journey of about 132 300000 English feet. Now the question is, how many such feet are there in a degree, and equally in a verst ?

Ans.: The circle around the earth is accustomed to be divided into 360 degrees ; if we thus divide 132300000 by 360, so the quotient which is 367500 will indicate how many feet go into one degree. Further, a degree contains 105 verst; therefore, if we divide 367500, namely the number of feet, by 105 thus amounting to one degree, thus the quotient will show, how many feet go into one verst. Moreover the quotient 3500 will be found. Therefore 367500 English feet amount to one degree of the earth, but 3500 ft makes one Russian verst.

CAPITEL 5
VON DER DIVISION
ALS DER VIERTEN ARITHMETISCHEN OPERATION

1. *In der Division wird gelehret, wie man eine Zahl finden soll, welche anzeigt, wie viel mal eine gegebene Zahl in einer andren gegebenen Zahl enthalten sei. Oder die Division lehret, wie man eine gegebene Zahl [in] so viel gleiche Theile zertheilen soll, als man verlangt, und zeiget auch zugleich die Grösse eines solchen Theils.*

Gleichwie die Multiplication aus der Addition ihren Ursprung hat, wann die Zahlen, welche zusammen addirt werden sollen, einander gleich sind: also entspringt die Division aus der Subtraction. Dann wann man fragt, wie viel mal eine Zahl in einer andern Zahl enthalten sei, so darf man nur suchen, wie viel mal man dieselbe Zahl von dieser subtrahiren könne, bis nichts übrig bleibt. Die Division ist demnach nichts anders als eine wiederholte Subtraction, da man immer dieselbe Zahl von dem, was übergeblieben, abzieht; und so viel mal man dieselbe Zahl hat abziehen können, so viel mal ist dieselbe Zahl in der gegebenen enthalten. Wann man also fragt, wie viel mal 18 in 72 begriffen sei; so kann man das finden, wann man 18 so viel mal von 72 wegnimmt, bis nichts mehr übrig bleibt, da dann 18 so viel mal in 72 enthalten ist, so viel mal man hat 18 abziehen oder wegnehmen können.

Also kann dieses Exempel durch die Subtraction auf beigefügte Art ausgerechnet werden:

$$\begin{array}{rr} & 72 \\ 1. & \underline{18} \\ & 54 \\ 2. & \underline{18} \\ & 36 \\ 3. & \underline{18} \\ & 18 \\ 4. & \underline{18} \\ & 0 \end{array}$$

Dann wann man 18 von 72 einmal abzieht, so bleibt 54 über. Zieht man zum zweiten mal 18, von 54, ab, so bleiben noch 36 zurück. Zieht man zum dritten mal 18, von 36, ab, so bleiben 18. Wann man also 18 zum vierten mal abzieht, so bleibt nichts übrig. Woraus also erhellet, dass 18 vier mal in 72 begriffen ist, weil, nachdem man 18 vier mal abgezogen, nichts mehr übrig bleibt. Weilen nun 18 vier mal in 72 begriffen ist, so folgt, dass vier mal18 müsse 72 ausmachen, welches auch durch die Multiplication bekräftiget wird. Gleichergestalt sieht man auch, dass, wann 72 in 18 gleiche Theile getheilt werden sollte, dass ein solcher Theil 4 sein würde, weilen 4 achtzehn mal genommen 72 ausmacht. Es kommen also die zwei abgegebenen Beschreibungen der Division miteinander überein, indem so viel mal eine Zahl in der andem begriffen ist, eben so viel Stücke ein Theil hält, wann diese Zahl in so viel gleiche Theile zertheilet wird, als jene

Zahl anzeigt. Hieraus sieht man auch ferner, dass die Division sich auf gleiche Art zur Multiplication verhalte, wie die Subtraction zur Addition. Dann wann durch die Addition zwei Zahlen in eine Summe gebracht werden, so lehret die Subtraction, wie man, wann die Summe und eine derselben beiden Zahlen gegeben sind, die andere Zahl finden soll. Als 27 und 44 machen zusammen 71; wann man nun fragt, was das für eine Zahl sei, welche mit 44 zusammen 71 ausmache, so ist dieses ein Exempel der Subtraction. Dann wann man 44 von 71 abzieht, so findet man die Zahl, welche, so sie zu 44 addiret wird, 71 ausmacht, nämlich 27. Gleichwie nun die Subtraction der Addition entgegengesetzt ist, also ist auch die Division der Multiplication entgegengesetzt. Dann die Multiplication lehret, wie man aus zweien gegebenen Factoribus das Factum oder Product finden soll. Wann aber das Factum nebst einem Factare gegeben ist, so lehret die Division, wie man den andern Factarem finden soll. Dann wann man fragt, wie viel mal eine Zahl in der andern enthalten sei, so sucht man eine Zahl, welche mit jener multiplicirt diese ausmache. Als wann gefragt wird, wie viel mal 12 in 180 enthalten sei, so ist es eben so viel, als wann man eine Zahl verlanget, welche mit 12 multiplicirt 180 ausmacht. Diese Zahl ist nun 15, dann 15 mal 12 macht 180. Derowegen ist auch 12 in 180 fünfzehn mal begriffen, und wann man 180 in 12 gleiche Theile theilet, so wird ein Theil 15 sein. Wann aber die Frage ist, wie viel mal eine Zahl eine andre in sich enthalte, so pflegt man zu sagen, dass jene Zahl durch diese dividiret werden soll. Als 180 durch 12 dividiren ist nichts anders, als finden, wie viel mal 12 in 180 enthalten sei.

2. *Wann eine Zahl durch eine andre dividirt werden soll, oder wann man fragt. wie viel mal eine Zahl die andre in sich enthalte; so wird dieselbe Zahl, welche durch die andre dividirt werden soll, oder von welcher die Frage ist, wie viel mal dieselbe die andre in sich enthalte, der Dividendus genannt, die andre Zahl aber, durch welche dieselbe dividirt werden soll, wird der Divisor genannt. Diejenige Zahl aber, welche gesucht wird und anzeigen soll, wie viel mal der Divisor im Dividendo enthalten sei, pflegt der Quotus oder der Quotient genannt zu werden.*

In jeglichem Exempel also der Division sind zwei Zahlen gegeben, der Dividendus und der Divisor, und die Frage ist, wie viel mal der Divisor in dem Dividendo begriffen sei. Da nun der Quotus oder Quotient dieses anzeiget, so ist derselbe die Zahl, welche gesucht wird, und um welche zu finden die Regeln der Division gegeben werden müssen. Wie wir nun vorher gewiesen, so ist der Quotus eine Zahl, welche mit dem Divisor multiplicirt im Product den Dividendum gibt, weswegen in der Division der Quotus, das ist eine solche Zahl gesucht wird, welche, wann sie mit dem Divisore multiplicirt wird, den Dividendum herausbringt. Wann man also fragt, wie viel mal12 in 180 enthalten sei, oder wann, wie man zu reden pflegt, 180 durch 12 dividirt werden soll, so ist 180 der Dividendus und 12 der Divisor. Die Zahl aber, welche gesucht wird, oder der Quotus zeigt an, wie viel mal 12 in 180 enthalten sei, und ist so beschaffen, dass derselbe 12 mal genommen 180 ausmacht. Hieraus ist nun leicht zu verstehen, wann ein Exempel von der Division vorgelegt wird, welches die beiden gegebenen Zahlen sind, und welche davon der Divisor, und welche der Dividendus sei. Und dieses ist höchst nöthig, dass, ehe man zur Operation selbst schreitet, man das Exempel wohl verstehe, und wisse die gegebenen Zahlen recht zu benennen, damit man mit denselben nach den folgenden Regeln operiren könne. Als wann 12 Personen 1728 Rubel unter sich zu theilen hätten und man fragte, wie viel eine Person bekäme, so geht die Frage dahin, dass man die Summe anzeige, welche einer Person zufällt. Diese Summe aber ist so gross, dass, wann man dieselbe 12 mal nimmt, 1728 herauskommen muss. Es wird also in diesem Exempel eine Zahl verlangt, welche mit 12 multiplicirt 1728 herausbringe. Dieses Exempel gehört derohalben zur Division, und ist 1728 der Dividendus, 12 der Divisor, der Quotus aber, so durch die Division gefunden werden muss, zeigt an, wieviel eine Person bekommen wird. Nachdem man also dieses Exempel auf diese Art untersuchet hat, so ist nicht nur klar, dass dasselbe in die Division laufe, sondern auch, was für Zahlen für den Dividendum und Divisorem angenommen werden müssen.

3. *Es ist aber wohl zu merken, dass nicht eine Jede Zahl durch eine jede dividirt werden könne, sondern der Dividendus muss eine solche Zahl sein, welche wirklich durch die Multiplication des Divisoris mit einer anderen Zahl entspringen kann. Ist aber der Dividendus nicht so beschaffen, so kann man mit ganzen Zahlen, davon wir anjetzo allein handeln, nicht anzeigen, wie viel mal der Divisor eigentlich in dem Dividendo begriffen sei. In solchem Fall muss man sich also begnügen, die nächste kleinere Zahl anzugeben für den Quotum, wobei man aber bemerken muss, wieviel noch zurückbleibe von dem Dividendo, darinn der Divisor nicht mehr enthalten. Und dieses was zurückbleibt, pflegt auch der Rest genennet zu werden, so aus einer solchen Division entspringt.*

In diesem Stücke hat die Division wiederum eine Gemeinschaft mit der Subtraction, und finden beide eine Ausnahme, welcher die Addition und Multiplication nicht unterworfen sind. Die Zahlen mögen beschaffen sein wie sie wollen, so können dieselben allezeit sowohl zusammen addirt als mit einander multiplicirt werden. Wenn aber eine Zahl von der anderen subtrahirt werden soll, so muss jene kleiner sein als diese, sonsten kann der Rest mit den gewöhnlichen Zahlen, die uns noch allein bekannt sind, nicht angedeutet w·erden. Nämlich diejenige Zahl, davon eine andere soll abgezogen werden, muss die Summe sein von dieser Zahl und dem Rest. Gleichergestalt, da die Division der Multiplication entgegengesetzt ist, und der verlangte Quotus so beschaffen sein muss, dass derselbe mit dem Divisor multiplicirt den Dividendum hervorbringe, so muss der Dividendus eine solche Zahl sein, welche wirklich durch die Multiplication des Divisors mit einer anderen Zahl entspringen kann. Wenn aber der Dividendus nicht also beschaffen ist, so kann der Quotus durch solche Zahlen, davon wir anjetzo handlen, nicht ausgedrückt werden, sondern es werden dazu gebrochene Zahlen erfordert, deren natur annoch unbekannt zu sein gesetzet, und erst im folgenden erkläret wird. In Ansehung dieser gebrochenen Zahlen werden die Zahlen, damit wir bisher umgegangen sind, ganze Zahlen genannt: und deswegen sagen wir, dass nicht allezeit der Quotus durch ganze Zahlen könne gegeben werden. Es kommen derohalben zweierlei Exempel der Division vor, davon die eine Art so beschaffen ist, dass der Quotus eigentlich durch ganze Zahlen bestimmt werden kann. Die andere Art enthält solche Exempel, in welchen der Quotus nicht durch ganze Zahlen angegeben werden kann. In den Exempeln von der ersten Art muss also der Dividendus so beschaffen sein, dass derselbe würklich ein Factum sei, davon der eine Factor der Divisor selbst ist. Ein solches Exempel ist, wann 182 durch 13 dividiret werden soll, dann da ist der Quotus 14, und 182 entspringt, wann man 13 mit 14 multiplicirt. Von solchen Exempeln sagt man, dass sich der Dividendus würklich durch den Divisorem dividiren lasse; also lässt sich 72 durch 8 dividiren, dann 8 mal 9 gibt 72. Ein Exempel, so zur anderen Art gehöret, ist, wann 13 durch 3 dividiret werden soll. Dann man kann keine ganze Zahl angeben, welche mit 3 multiplicirt 13 ausmache; dann 3 mit 4 multiplicirt gibt 12, und 3 mit 5 multiplicirt 15; also ist der wahre Quotus grösser als 4 und kleiner als 5 und kann also durch keine ganze Zahl angegeben werden. Derohalben, weilen hier noch nicht der, Ort ist, von Brüchen zu handeln, so muss man sich begnügen, anstatt des Quoti die nächste Zahl anzugeben, und dabei zu merken, wieviel dieselbe fehle. Als in dem Exempel, da 13 durch 3 dividirt werden soll, so kann man sagen, dass 4 der Quotus sei, aber nicht vollkommen, dann 4 mal 3 macht nur 12, nicht 13, und ist also 1 der Unterscheid. Dieser Unterscheid ist demnach der Rest, welcher bei einer solchen Division zurück bleibt. Ingleichem, wann 101 durch 12 dividiret werden soll, so sieht man, dass 12 mehr als 8 mal in 101 begriffen sei, aber ·weniger als 9 mal; nun pflegt man allezeit die nächst kleinere Zahl für den Quotum zu nehmen, deswegen wird in diesem Exempel 8 der Quotus sein; weil aber 8 mal 12 nur 96 macht, welche Zahl um 5 kleiner ist als die gegebene 101, so ist der Rest 5. In solchen Exempeln ist derowegen der angegebene Quotus so beschaffen, dass, wann man denselben mit dem Divisore multiplicirt und zum Product den Rest addirt, der Dividendus herauskomme. Wobei aber zu merken, dass dasselbe nicht der wahre Quotus sei, dann der wahre Quotus muss allezeit mit dem Divisor multiplicirt den Dividendum geben. Der wahre Quotus kommt aber heraus, wann man zu diesem gefundenen Quoto noch hinzuthut, was herauskommt, wann man den Rest noch durch den Divisor dividirt. In solchen Exempeln pflegt man nun zu sagen, dass sich der Dividendus durch den Divisorem nicht dividiren lasse, sondern dass ein Rest übrig bleibe. Es ist aber klar, dass dieser Rest allezeit kleiner sein müsse als der Divisor, dann wäre derselbe grösser, so könnte auch der Quotus grösser genommen werden.

4. *Um die folgenden Regeln, durch deren Hülfe alle Exempel der Division ausgerechnet werden können, zu begreifen und dieselben auch zu gebrauchen, so ist vor allen Dingen nöthig, dass man alle diejenigen Exempel, in welchen der Divisor kleiner ist als 10, und auch weniger als 10 mal in dem Dividendo enthalten ist, schon wisse im Kopf auszurechnen, und sowohl den Quotum als auch den Rest, wann einer übrig bleibt, anzuzeigen. Wozu gleichwohl allhier die nöthige Anleitung gegeben werden wird.*

Gleichwie es in der Addition, Subtraction und Multiplication nöthig war, dass man die Operationen mit den einfachen Zahlen zu machen wußte, ehe man zu den würklichen Regeln fortschreiten konnte, als ist eben dieses auch bei der Division nöthig. Weil nun die Division der Multiplication entgegengesetzet wird, und in der Multiplication erfordert worden, dass man wisse, je zwei Zahlen, welche kleiner sind als 10, mit einander zu multipliciren, so wird in der Division erfordert, dass man alle diejenigen Exempel könne ausrechnen, in welchen sowohl der Divisor als der Quotus kleiner sind als 10; indem, was in der Multiplication der Multiplicandus und Multiplicator waren, in der Division der Divisor und der Quotus sind. Hiebei ist nun hauptsächlich nöthig, den Unterscheid zu bemerken zwischen denjenigen Exempeln, in welchen der wahre Quotus kann angegeben werden, und denjenigen, in welchen ein Rest zurück bleibt. Was die Exempel der ersten Art anbetrifft, da der wahre Quotus angegeben werden kann, dieselben sind aus der bei der Multiplication gegebenen Tabelle leicht zu erkennen, wann man nämlich dieselbe Tabelle dem Gedächtnis wohl eingeprägt hat. Dann wann man zum Exempel weisst, dass 6 mal 9 so viel ist als 54, so weisst man auch gleich, dass 6 in 54 neun mal enthalten ist, ingleichem auch, dass 9 in 54 sechs mal enthalten ist. Wir wollen aber dem ungeachtet folgende Tabelle beifügen:

2 in 2 ist 1 mal enthalten	3 in 3 ist 1 mal enthalten
2 " 4 " 2 " "	3 " 6 " 2 " "
2 " 6 " 3 " "	3 " 9 " 3 " "
2 " 8 " 4 " "	3 " 12 " 4 " "
2 " 10 " 5 " "	3 " 15 " 5 " "
2 " 12 " 6 " "	3 " 18 " 6 " "
2 " 14 " 7 " "	3 " 21 " 7 " "
2 " 16 " 8 " "	3 " 24 " 8 " "
2 " 18 " 9 " "	3 " 27 " 9 " "
4 in 4 ist 1 mal enthalten	7 in 7 ist 1 mal enthalten
4 " 8 " 2 " "	7 " 14 " 2 " "
4 " 12 " 3 " "	7 " 21 " 3 " "
4 " 16 " 4 " "	7 " 28 " 4 " "
4 " 20 " 5 " "	7 " 35 " 5 " "
4 " 24 " 6 " "	7 " 42 " 6 " "
4 " 28 " 7 " "	7 " 49 " 7 " "
4 " 32 " 8 " "	7 " 56 " 8 " "
4 " 36 " 9 " "	7 " 63 " 9 " "
5 in 5 ist 1 mal enthalten	8 in 8 ist 1 mal enthalten
5 " 10 " 2 " "	8 " 16 " 2 " "
5 " 15 " 3 " "	8 " 24 " 3 " "
5 " 20 " 4 " "	8 " 32 " 4 " "
5 " 25 " 5 " "	8 " 40 " 5 " "
5 " 30 " 6 " "	8 " 48 " 6 " "
5 " 35 " 7 " "	8 " 56 " 7 " "
5 " 40 " 8 " "	8 " 64 " 8 " "
5 " 45 " 9 " "	8 " 72 " 9 " "
6 in 6 ist 1 mal enthalten	9 in 9 ist 1 mal enthalten
6 " 12 " 2 " "	9 " 18 " 2 " "
6 " 18 " 3 " "	9 " 27 " 3 " "
6 " 24 " 4 " "	9 " 36 " 4 " "
6 " 30 " 5 " "	9 " 45 " 5 " "
6 " 36 " 6 " "	9 " 54 " 6 " "
6 " 42 " 7 " "	9 " 63 " 7 " "
6 " 48 " 8 " "	9 " 72 " 8 " "
6 " 54 " 9 " "	9 " 84 " 9 " "

Aus dieser Tabelle sieht man also alle diejenigen Fälle, in welchen sowohl der Divisor als der wahre Quotus einfache Zahlen oder kleiner sind als 10. Und wer diese Tabelle wohl erlernet hat, derselbe wird bei einem jeglichen vorkommenden Fall, der in dieser Tabelle begriffen ist, den wahren Quotum gleich sagen können. Wann zum Exempel die Frage ist, wie viel mal 7 in 56 enthalten sei, so weisst derselbe gleich, dass es 8 mal sei. Wir haben aber in dieser Tabelle diejenigen Fälle ausgelassen, in welchen der Divisor 1 ist. Dann 1 ist in einer jeglichen Zahl so viel mal begriffen, als dieselbe Zahl selbst anzeigt. Das ist, wann der Divisor 1 ist, so ist der Quotus allezeit dem Dividendo gleich. Dieses sieht man aus der Multiplication; dann weilen der Quotus mit dem Divisore multiplicirt den Dividendum herausbringen muss, so ist klar, dass, wann der Divisor 1 ist, der Quotus dem Dividendo gleich sein müsse. Also wann zum Exempel 23 durch 1 dividirt werden soll, so ist der Quotus 23, dann 23 mal 1 macht 23. Daher pflegt man zu sagen, dass eins nicht dividire, weilen der Dividendus selbst den Quotum anzeigt. Ferner erhellet auch, dass, wann der Divisor dem Dividendo gleich ist, der Quotus allezeit 1 sein müsse, dann eine jegliche Zahl ist in sich selber ein mal enthalten. Endlich wäre auch anzumerken, dass, wann der Divisor 0 ist, der Quotus unendlich gross sei; allein weil dieser Fall bei gemeinen Divisionen nicht vorkommt, so ist nicht nöthig, einem Anfänger etwas von dem Unendlichen vorzutragen. Wir schreiten derohalben fort zu den Exempeln der anderen Art, in welchen der wahre Quotus nicht kann in ganzen Zahlen angegeben werden,und bei welchen man sich begnügt, den nächsten Quotum anzuzeigen, nebst dem überbleibenden Rest. Man sieht nämlich aus der vorigen Tabelle, dass die Zahlen in den zweiten Reihen von oben herab nicht in der Ordnung fortgehen, sondern dass zwischen denselben immer eine oder mehr Zahlen begriffen sind. Wann demnach eine solche Zahl, welche nicht in der Tabelle steht, sondern zwischen dieselben Zahlen hineingehöret, durch eine einfache Zahl dividirt werden soll, so kann der wahre Quotus nicht gegeben werden, sondern man muss die nächst kleinere Zahl dafür nehmen und den rückstehenden Rest dabei anzeigen. Dieses geschieht nun also: man sucht in demjenigen Theil der Tabelle, in welchem der gegebene Divisor voraus steht, in der zweiten Reihe die dem Dividendo nächst kleinere Zahl, und zieht dieselbe von dem Dividendo ab, da dann der Rest den zurückbleibenden Rest der Division anzeigt. Die Zahl aber in der dritten Reihe, welche dabei steht, gibt den Quotum. Als wann die Frage ist, wie viel mal 7 in 38 enthalten sei, oder wann 38 durch 7 soll dividirt werden, so sieht man in demjenigen Theil, da 7 in der ersten Reihe steht, dass 35, darinn sieben 5 mal enthalten ist, die nächst kleinere Zahl sei als 38, und ist der Rest 3, so überbleibt, wann 35 von 38 abgezogen wird. Derohalben ist der Quotus 5 und der Rest 3, wann 38 durch 7 dividirt wird; dann 5 mal 7 ist 35, und dazu der Rest 3 gethan macht 38. Wann man obige Tabelle wohl im Gedächtnis hat, so sieht man gleich, wie viel mal man den Divisorem nehmen müsse, dass die nächst kleinere Zahl als der Dividendus ist herauskomme. Und da ist dann die Zahl, so viel mal der Divisor genommen worden, der Quotus; und wann man diesen Quotum mit dem Divisore multiplicirt und das Product vom gegebenen Dividendo subtrahirt, so bleibt der Rest übrig. Als wann 59 durch 8 dividirt werden soll, so sieht man leicht, dass, wann man 8 sieben mal nimmt, die nächst kleinere Zahl unter 59 herauskomme. Deswegen ist der Quotus 7, und 7 mal 8, das ist 56, von 59 abgezogen gibt 3, das ist den überbleibenden Rest. Kurz aber das zu verrichten, sagt man: 8 in 59 nehme ich oder habe ich 7 mal, 7 mal 8 ist 56, von 59 bleiben drei, das ist der Rest. Wann also der Dividendus weniger als 10 mal grösser ist als der Divisor, und der Divisor eine einfache Zahl ist, so kann auf diese Art leicht sowohl der Quotus als der Rest gegeben werden. Als wann 87 durch 9 getheilt werden soll, weil 87 kleiner ist als 9 mal 10, so gehört dieses Exempel hieher. Man wird also sagen, 9 in 87 ist oder hat man 9 mal, 9 mal 9 ist aber nur 81, von 87 bleibt 6, ist demnach 9 der Quotus und 6 der Rest. Wann der Dividendus kleiner ist als der Divisor, so wird der Quotus 0, der Rest aber ist dem Dividendo gleich; als wann 4 durch 7 dividirt werden soll, so sagt man, 7 ist in 4 kein mal oder 0 mal enthalten. Nun aber 0 mal 7 ist 0, von 4 bleiben 4, und ist also 4 der Rest und 0 der Quotus.

5. *Was im vorhergehenden von der Division mit einem einfachen Divisore ist gesagt worden, muss eigentlich von Unitäten verstanden werden. Das ist, wann der Dividendus und der Divisor Unitäten bedeuten, so zeigen auch die Zahlen, welche fur den Quotum und Rest herausgebracht werden, Unitäten an. Wann aber nur der Divisor Unitäten bedeutet, der Dividendus aber entweder Decades oder Cenienarios oder Millenarios etc. anzeiget, so müssen auch die Zahlen, welche für den Quotum und Rest gefunden werden, von eben diesen Sorten, nämlich entweder von Decadibus oder Centenariis oder Millenariis etc., verstanden werden.*

Der Verstand von diesem Satz ist kürzlich dieser, dass sowohl der Quotus als der Rest ebendiejenige Art oder Sorte von Grösse anzeigen, welche der Dividendus bedeutet, wann nämlich der Divisor aus blossen Unitäten bestehet. Und dieses ist auch nicht nur von den gemeldten Sorten der Zahlen als Decaden, Centenariis und so fort wahr, sondern auch von einer jeglichen Benennung, welche dem Dividendo gegeben wird. Als wann zum Exempel 69 Rubel durch 8 Unitäten sollen getheilt werden, so sagt man, 8 in 69 ist 8 mal enthalten, aber 8 mal 8 macht nur 64, von 69 bleiben 5. Weilen nun der Dividendus Rubel anzeiget, so sind 8 Rubel der Quotus und 5 Rubel der Rest. Dann 8 mal 8 Rubel macht 64 Rubel, und dazu den Rest, nämlich 5 Rubel gethan, macht 69 Rubel, das ist den Dividendum, wie die Natur der Division erfordert. Was nun in diesem Exempel von den Rubeln ist gesagt worden, versteht sich gleichermassen bei einer jeglichen Benennung, welche der Dividendus führt. Und ist also hieraus genugsam klar, dass der Quotus und Rest eben den Namen führen müssen, welchen der Dividendus hatte; weswegen man also um so viel weniger zu zweifeln hat, was die Benennungen als Decaden, Centenarios und so fort betrifft. Derohalben gleich wie 69 Rubel, wann man dieselben durch 8 Unitäten dividirt, 8 Rubel für den Quotum geben und 5 Rubel für den Rest, also geben 69 Decades durch 8 Unitäten dividirt 8 Decades für den Quotum und 5 Decades für den Rest. Ingleichem geben 69 Centenarii durch 8 Unitäten dividirt 8 Centenarios für den Quotum und 5 Centenarios für den Rest; und so mit allen folgenden Sorten. Hieraus erhellet also, wie grössere Zahlen, als in obgegebener Tabelle befindlich sind, durch einfache Zahlen dividirt werden können. Als wann 2400 durch 4 dividirt werden sollen, so sage ich: 2400 ist so viel als 24 Centenarii, und dividire also 24 Centenarios durch 4 und finde 6 Centenarios für den Quotum ohne Rest. Ich sage deshalben, dass der gesuchte Quotus sei 600. Wann aber 46000, das ist 46 Millenarii, durch 7 dividirt werden sollen, so wird der Quotus sein 6 Millenarii, das ist 6000, wo bei 4 Millenarii restiren, das ist 4000 Unitäten, welche aber weiter durch 7 dividirt werden können, wovon im folgenden weiter gehandelt werden wird.

6. *Wann eine zusammengesetzte Zahl, so gross dieselbe immer sein mag, durch eine einfache Zahl dividirt werden soll, so muss man alle Theile derselben, das ist alle besonderen Sorten, aus welchen dieselbe Zahl bestehet, durch den Divisorem dividiren, wobei der Anfang von den grössten Sorten gemacht werden muss. Der Rest aber, welcher bei einer jeglichen Sorte überbleibt, wird in die folgende geringere Sorte verwandelt und zu derselbigen Sorte hinzugesetzt, und also mit der Division bis zu den Unitäten als der kleinsten Sorte fortgefahren: da dann alle diese besonderen Quoti zusammen den gesuchten Quotum ausmachen; und was bei der letzten Division übrig bleibt, ist der rückstehende Rest.*

Gleich wie in der Multiplication das verlangte Product gefunden wird, wann man alle Theile des Multiplicandi mit dem Multiplicatore multiplicirt und alle diese besonderen Producte zusammen addirt; also findet man auch in der Division den gesuchten Quotum, wann man alle Theile des Dividendi durch den Divisorem dividirt und alle diese besonderen Quotos zusammen addirt. Dann da in der Division die Frage ist, wie viel mal der Divisor in dem Dividendo enthalten sei, so wird man diese gesuchte Zahl oder den Quotum anzeigen können, wann man weiss, wie viel mal der Divisor in einem jeglichen Theil des Dividendi enthalten ist, dann alle diese besonderen Quoti zusammen geben den ganzen gesuchten Quotum. Als wann zum Exempel 6903 durch 3 dividirt werden soll, so sind die Theile des Dividendi 6 Millenarii, 9 Centenarii und 3 Unitäten. Der erste Theil, nämlich 6 Millenarii, durch 3 dividirt geben 2 Millenarios für den Quotum. Der zweite Theil, 9 Centenarii, durch 3 dividirt geben 3 Centenarios im Quoto, und endlich 3 Unitäten durch 3 dividirt geben 1 Unität im Quoto. Alle diese Quoti zusammen sind nun 2 Millenarii, 3 Centenarii und 1 Unität, das ist 2301, und diese Zahl ist der gesuchte Quotus, welcher herauskommt, wann 6903 durch 3 dividirt wird, und bleibt kein Rest zurück. In diesem Exempel hat sich zwar ein jeglich Theil des Dividendi durch den Divisorem ohne Rest dividiren lassen; allein aus demsieben ist gleichwohl leicht zu schliessen, wie man sich zu verhalten habe, wann bei diesen besonderen Divisionen etwas zurück bleiben sollte. Dann da der Rest, welcher in der Division eines Theils oder einer Sorte des Dividendi durch den Divisorem zurück bleibet, noch nicht dividirt worden ist, indem man noch nicht gefunden, wie viel mal der Divisor darinn enthalten ist, so muss derselbe Rest in die folgende kleinere Sorte verwandelt, und zu derselben gesetzet, und darauf dieses zusammen durch den Divisorem getheilet werden. Auf diese Art muss man also in der Division von den grösseren Sorten des Dividendi zu den kleineren fortfahren, bis man zu den Unitäten kommt; und wann dabei ein Rest zurück bleibt, so ist derselbe auch der wirkliche Rest, welcher nebst dem Quoto muss augezeiget werden. Als wann die Zahl 8359 durch 6 dividirt werden soll, so muss von den 8 Millenariis, als der grössten Sorte des Dividendi, der Anfang gemacht werden. Nun aber 8 Millenarii durch 6 dividirt geben Millenarium für den Quotum und 2 Millenarii bleiben im Rest, oder müssen noch dividirt werden. Damit nun dieses geschehen könne, so werden daraus Centenarii gemacht, wodurch man also 20 Centenarios bekommt; hiezu aber die 3 Centenarii, welche im Dividendo würklich vorhanden sind, gethan, machen 23 Centenarios; diese also durch 6 dividirt geben 3 Centenarios für den Quotum, und 5 Centenarii bleiben für den Rest. Diese 5 Centenarios verwandelt man nun in Decades, das gibt 50 Decades; weilen aber 5 Decades im Dividendo würklich vorhanden sind, so hat man 55 Decades durch 6 zu dividiren, diese geben demnach 9 Decades zum Quoto und bleibt 1 Decas zurück. Diese 1 Decas macht 10 Unitäten, welche mit den 9 Unitäten des Dividendi 19 Unitäten ausmachen, diese durch 6 dividirt geben 3 Unitäten zum Quoto und 1 Unität bleibt als Rest. Weilen nun die Unitäten nicht weiter in kleinere Sorten verwandelt werden können, so bleibt also die 1 Unität würklich zurück und kann nicht getheilet werden. In diesem Exempel ist demnach 1393 der Quotus und 1 der Rest, und wann man den Quotum 1393 mit 6 multiplicirt und zum Product 1, nämlich den Rest, addirt, so kommt der Dividendus 8359 heraus. Hieraus siehet man also, warum in der Division die Operation von den grössten Sorten und folglich von der linken Hand müsse angefangen werden, da doch in den vorhergehenden Operationen der Anfang von den kleineren Sorten oder von der rechten Hand gemacht worden ist. In diesem Exempel ist nun der Grund und die Ursachen von allen Operationen zugleich erkläret worden; wann man aber nur allein die nöthigen Operationen, um den Quotum und Rest zu bekommen, anstellen will, so kann man dieselben weit kürzer auf nachfolgende Art erhalten:

$$\begin{array}{r@{\,}l} & \;\;251 \\ 6) & \underline{\;8359\;}(1 \\ & \;1393 \end{array}$$

Es wird nämlich der Dividendus hingeschrieben und der Divisor darvor gesetzt, und mit einer Linie unterzogen, unter welche der Quotus geschrieben wird. Hierauf fängt man von der linken Hand oder von der grössten Sorte des Dividendi zu dividiren an und sagt, 6 in 8 ist ein mal enthalten und bleiben 2 zurück; das 1, weilen dasselbe Millenarios bedeutet, wird unter die Linie unter das 8, nämlich auf die Stelle der Millenarium geschrieben; der Rest aber, nämlich 2, wird über das 8 gesetzt, und in der folgenden Operation mit den Centenariis als 20 angesehen. Dazu werden die 3 Centenarii mitgenommen, und gibt 23, wie auch die Zahl selbsten gleich ausweiset. Hierauf sagt man: 6 in 23 ist 3 mal enthalten und bleiben 5 zurück; das 3 schreibt man unter die Linie nach der vorhergehenden Zahl, den Rest 5 aber über das 3, welcher mit den 5 Decaden des Dividendi 55 ausmacht. Man sagt also ferner: 6 in 55 ist 9 mal enthalten und bleibt 1 über, man schreibt also 9 unter die Linie und den Rest 1 über die Decaden, nämlich über 5. Dieses 1 mit dem folgenden 9 macht 19, welche durch 6 dividirt geben 3 in Quotum und 1 bleibt zurück, die 3 [Unitäten] werden also im Quotum unter die Linie geschrieben, und der Rest 1, weilen derselbe der letzte ist, wird hinter den Dividend um angefüget. Wann man nun die Operation auf diese Art zu Ende gebracht hat, so wird man unter der Linie den Quotum, hinter dem Dividendo aber den rückstehenden Rest finden. Auf solche Art sind nun folgende Exempel ausgerechnet worden:

$$\begin{array}{r@{\,}l} & 1 \\ 4) & \underline{13628\;}(0 \\ & \;\;3407 \end{array} \qquad \begin{array}{r@{\,}l} & \;\;251 \\ 8) & \underline{\;34973\;}(5 \\ & \;\;\;4371 \end{array}$$

Bei dem ersten dieser Exempel ist zu erinnern, dass, weilen die erste Figur von der Linken des Dividendi, nämlich 1, kleiner ist als der Divisor und also eine 0 in Quotum gegen der Linken gesetzt werden müßte, welche keine Bedeutung hatt so wird dieses 1 gleich zur folgenden Sorte gethan, welches 13 ausmacht, und dabei die Division angefangen. Eine gleiche Bewandtnis hat es auch mit dem anderen Exempel, in welchem man gleich 34 durch 8 zu dividiren anfängt. Wann aber mitten oder zum Ende des Quoti eine 0 kommt, so muss dieselbe nothwendig geschrieben werden, damit eine jede Figur auf ihre gehörige Stelle komme. Dieser Fall kommt im ersten Exempel vor, welches auf folgende Weise operirt wird: 4 in 13 ist 3 mal enthalten und bleibt 1 über, schreibt 3 unter die Linie und 1 über das 3 im Dividendo. Ferner sagt man, 4 in 16 ist 4 mal enthalten und bleibt nichts über, schreibt also 4 unter die Linie, und weil kein Rest vorhanden, sagt man: 4 in 2 ist kein mal enthalten, setzt also 0 in den Quotum, und weilen die 2 [Dekades] würklich der Rest sind, so nimmt man dieselben gleich mit der folgenden 8 zusammen, das gibt 28, darinn 4 sieben mal begriffen ist, und kein Rest zurück bleibt; so dass also der Quotus ist 3407.

7. *Wann der Divisor eine einfache Zahl mit einer oder etlichen daran gehängten Ziffern ist, als 30 oder 400 oder 7000 oder dergleichen, so kann die Division auf eben die Art gemacht werden als mit den einfachen Zahlen. Dann man hat nur nöthig, von dem Divisore die Ziffern, und von dem Dividendo auch ebensoviel Figuren von der rechten Hand weg zu schmeissen, und sodann diesen herausgekommenen Dividendum durch den einfachen Divisorem zu dividiren, da man dann den wahren Quotum bekommen wird. Zu dem Rest aber, der überbleibt, muss man die von dem Dividendo abgeschnittenen Figuren von der rechten Hand hinzusetzen, so wird man den wahren Rest haben.*

Um diese Operation deutlicher vorzustellen, so lasst uns diese Zahl 156 327 durch 700 dividiren. Wir schmeissen also von 700 die zwei Ziffern und von dem Dividendo 156327 die zwei letzten Figuren 27 weg, und dividiren 1563 durch 7 wie folgt:

$$\begin{array}{l} \quad\;\; 12 \\ 7)\,\underline{\;1563\;(2} \\ \quad\;\; 223 \end{array}$$

Auf diese Art haben wir also für den gesuchten Quotum 223 gefunden. Der Rest aber ist nicht 2, sondern 227, indem zu dem gefundenen Rest 2 die abgeschnittenen zwei Figuren 27 von dem Dividendo sind angehängt worden. Wann man also die Zahl 156 327 durch 700 dividirt, so kommt für den Quotum heraus 223, für den Rest aber 227, wovon die Wahrheit gleich erhellet, wann man den Quotum 223 mit dem Divisore 700 multiplicirt und zum Product 227 hinzuthut, da dann der vorgegebene Dividendus 156327 herauskommt. Der Grund aber von dieser Operation bestehet darinn, dass man immer einerlei Quotum findet, wann man den Divisorem und den Dividendum beide mit einerlei Zahl multiplicirt. Als wann man den Dividendum und den Divisorem beide mit 10 oder mit 100 oder mit 1000 oder mit einer jeglichen anderen beliebten Zahl multiplicirt, so wird man immer ebendenselben Quotum finden, der herauskommt, wann man den blossen Dividendum durch den blossen Divisorem dividirt. Dann da der Quotus mit dem Divisore multiplicirt den Dividendum herausbringt, so muss eben der Quotus mit einem 10 mal grösseren Divisore multiplicirt einen 10 mal grösseren Dividendum, mit einem

100 mal grösseren Divisore aber einen 100 mal grösseren Dividendum und so fort herfürbringen, wie aus der Multiplication genugsam bekannt ist. Da nun in dem gegebenen Exempel 1563 durch 7 dividirt 223 für den Quotum gibt, 2 aber für den Rest, so muss 100 mal 1563, das ist 156300, durch 100 mal 7, das ist durch 700 dividirt eben den Quotum, nämlich 223, geben. Der Rest aber, welcher ein Theil des Dividendi ist, so sich nicht weiter durch den Divisorem dividiren lässt, wird folglich auch 100 mal grösser und also 200 sein. Derowegen wann man 156 300 durch 700 dividirt, so wird der Quotus 223 sein, der Rest aber 200. Da nun 156327 nur um 27 grösser ist als 156300 und sich diese 27 durch den Divisorem nicht dividiren lassen, so kommen diese 27, wann man 156327 durch 700 dividirt, noch mit zu dem Rest, sodass in diesem Fall der Quotus 223 bleibt, der Rest aber um 27 grösser und folglich 227 sein wird. Wie nun die Wahrheit der gegebenen Regel in diesem Exempel ist dargethan worden, so findet eben dieser Grund in allen anderen dergleichen Exempeln statt. Damit man aber in der Berechnung eines solchen Exempels selbst sowohl die weggeworfenen Nullen des Divisoris als die weggeworfenen Figuren des Dividendi vor Augen habe, so pflegt man dieselben nicht in der That wegzuwerfen, sondern nur mit Querstrichen abzuschneiden, wie in beigesetztem Exempel zu ersehen ist:

	334	
8|000)	2756 |	389
Quotus	344	Rest 4389

Allhier sollten 2 756389 durch 8000 dividirt werden; deswegen werden von den 8000 die drei Ziffern, von dem Dividendo aber die 3 hintersten Figuren abgeschnitten, und nur die 2756 durch 8 dividirt, da dann 344 als der Quotus gefunden wird, der Rest aber ist die würklich gefundene 4, oder wegen den 3 abgeschnittenen Figuren 4000, nebst den abgeschnittenen Figuren selbst, nämlich 389, sodass der völlige Rest, so bei diesem Exempel zurück bleibt, 4389 sein wird. Hieraus erhellet nun eine sehr leichte Manier, durch 10 oder 100 oder 1000 und so fort zu theilen, welches derjenige Fall ist, da die vor den Ziffern stehende einfache Zahl eine Unität ist. Dann da, nachdem die Ziffern nach der gegebenen Regel abgeschnitten worden, nur durch 1 dividirt werden muss, die Unität aber den Dividendum nicht verändert, sondern den Quotum dem Dividendo gleich hervorbringt, so sind die zurück gebliebenen Zahlen des Dividendi, nachdem von dem Dividendo so viel Figuren sind abgeschnitten worden, als Ziffern hinter der Unität im Divisore stunden, der Quotus selbst; die abgeschnittenen Figuren aber geben den Rest. Also wann 76034820 durch 10000 dividirt werden sollen, wie folgt:

1|0000) 7603 | 4820

so ist 7603 der Quotus, 4820 aber der Rest.

8. *Wann der Divisor eine zusammengesetzte Zahl ist, so wird die Division folgendergestalt verrichtet. Erstlich werden von der linken Hand von dem Dividendo so viel Figuren abgeschnitten, bis diese abgeschnittene Zahl grösser ist als der Divisor und folglich durch denselben dividirt werden kann. Hierauf sieht man, wie viel mal der Divisor in dieser abgeschnittenen Zahl enthalten ist, und diese Anzahl gibt die erste*

Figur von der linken Hand in den Quotum. Drittens multiplicirt man den Divisorem durch die in Quotum geschriebene Zahl und zieht das Product von dem gedachten Theil des Dividendi ab, und an den Rest hängt man zur Rechten die folgende Figur des Dividendi an. Viertens sucht man, wie viel mal der Divisor in dieser Zahl enthalten ist, und so viel schreibt man in den Quotum für die zweite Figur. Mit dieser Zahl multiplicirt man fünftens den Divisorem und zieht das Product von jener Zahl ab. An den Rest hängt man die weiter folgende Figur des Dividendi, und verfähret auf beschriebene Art, da man dann die dritte Figur in den Quotum bekommt. Und auf solche Weise fährt man fort, bis alle Figuren des Dividendi betrachtet worden sind, da man dann den völligen Quotum haben wird; und was in der letzten Subtraction übergeblieben, das ist der Rest.

Die Division mit einem zusammengesetzten Divisore muss auf eben die Art angestellet werden als mit einem einfachen Divisore; in beiden Fällen nämlich müssen einerlei Operationen und in eben der Ordnung ins Werk gesetzt werden. Nur bestehet der Unterscheid darinn, dass mit einem einfachen Divisore viel Operationen im Sinne vollbracht werden können, welche bei einem zusammengesetzten Divisore würklich auf dem Papier geschehen müssen. Als wann man bei einem einfachen Divisore eine jegliche Figur des Quoti mit dem Divisore multiplicirt, und das Product von dem gehörigen Theil des Dividendi abzieht, so geschieht beides im Kopf, welche beiden Operationen aber, wann der Divisor eine grosse Zahl ist, auf dem Papier würklich berechnet werden müssen. Dieses wird nun deutlicher aus dem folgenden Exempel zu sehen sein, in welchem wir 178093 durch 23 dividiren wollen. Dieses Exempel pflegt nun erstlich solchergestalt geschrieben zu werden:

```
Divisor   Dividendus   Quotus
  23)       178093      (2243
            161
            170
            161
              99
              92
               73
               69
der Rest        4
```

Wann man nun den Divisor als eine einfache Zahl ansieht und die Division auf die vorher gelehrte Art anstellen will, so muss man anfänglich die 3 ersten Figuren des Dividendi, nämlich 178, zusammennehmen und dieselben durch 23 dividiren, weilen die erste, nämlich 1, und die zwei ersten 17 allein kleiner sind als der Divisor, und sich also durch denselben nicht dividiren lassen. Derowegen muss man suchen, wie viel mal 23 in 178 begriffen ist, und was überbleibt; welches für den Anfang durch das Probiren geschehen muss, ehe wir darzu einige Regeln geben können. Nun aber ist leicht zu sehen, dass 23 in 178 nicht mehr als 7 mal enthalten ist, weilen 8 mal 23 schon 184, das ist mehr als 178, ausmacht. Demnach sagt man: 23 ist in 178 sieben mal enthalten, und schreibt sieben in den Quotum; und weilen 178 nicht Unitäten, sondern Millenarios andeutet, so bedeuten auch die 7 im Quoto Millenarios; woraus also gleich zu sehen, dass im Quoto nach der 7 noch 3 Figuren folgen müssen, nämlich eben so viel, als im Dividendo nach 178 folgen. Nun 23 mal 7 Millenarii macht 161 Millenarios, welche von den 178 Millenanis abgezogen 17 Millenarios zurücklassen; diese Subtraction wird nun würklich auf dem Papier verrichtet. Diese restirenden 17 Millenarii können nun nicht ferner durch 23 so dividirt werden, dass einer oder mehr Millenarii in Quotum kommen, weilen 17 kleiner ist als 23; derowegen müssen diese 17 Millenarii in die folgende kleinere Sorte, nämlich in Centenarios verwandelt werden, und machen folglich 170 Centenarios aus. Wann nun im Dividendo auch Centenarii vorhanden wären, so müssten dieselben noch dazu gesetzt werden; weilen aber keiner da ist, so hat man nur diese 170 Centenarios durch 23 zu Dividiren. 23 ist aber in 170 wiederum 7 mal enthalten, und deswegen kommen 7 Centenarii in den Quotum auf die Stelle der Centenariorum. Nun aber machen 23 mal 7 Centenarii 161 Centenarios aus, welche von den 170 Centenariis subtrahirt 9 Centenarios zurück lassen. Diese 9 Centenarii machen ferner 90 Decades aus, zu welchen die 9 Decades, so im Dividendo sind, addirt 99 Decades ausmachen; welche 99 man ohne Rechnung bekommt, wann man nur die 9 aus dem Dividendo an den gefundenen Rest 9 anhängt. Nun sagt man: 23 in 99 ist nur 4 mal enthalten, dann 5 mal 23 macht schon mehr als 99, nämlich 115. Diese 4 sind nun Decades und kommen in den Quotum auf die Stelle der Decaden; 23 mal 4 Decaden aber machen 92 Decaden, welche von den 99 abgezogen 7 Decaden zurück lassen. Diese 7 Decaden machen endlich 70 Unitäten, welche mit den 3 Unitäten des Dividendi 73 Unitäten betragen; oder man hat nur nöthig, zu den übergebliebenen 7 die 3 hinzuzuschreiben. In 73 ist endlich 23 nur 3 mal enthalten, welche 3 Unitäten sind, und also im Quoto auf die letzte Stelle geschrieben werden müssen. Weilen aber 3 mal 23 nur 69 ausmacht, so müssen diese 69 von den 73 abgezogen werden, da dann der Rest 4 der wahre Rest ist, welcher in dieser Division zurückbleibt; sodass also der gefundene Quotus ist 7743 und der Rest 4. Aus diesem Exempel sind nun die Operationen leicht zu ersehen, welche bei dergleichen Divisionen vorgenommen werden müssen. Um dieselben aber mit desto weniger Mühe anzustellen, wollen wir nachfolgende Regeln an die Hand geben, welcher Grund aus dem Angeführten leicht folget.

I. Wann erstlich die Frage ist, wie viel mal der Divisor in einem jeglichen Theil des Dividendi enthalten ist, durch welche Operation, wie in dem vorigen Exempel zu sehen, ein jeglicher Theil des Quoti gefunden wird, so ist zu wissen, dass der Divisor auf das höchste 9 mal darinn enthalten sein könne, weilen durch eine solche Operation eine Zahl in den Quotum kommt, welche nicht grösser sein kann als 9. Derowegen würde man auch mit dem Probiren nicht viel Zeit verlieren, wann man den Divisorem mit allen einfachen Zahlen multipliciren wollte, damit man so gleich sehen könnte, welches Product am nächsten komme. Ja wann der Dividendus und Divisor sehr grosse Zahlen sind, und auch sehr viel Zahlen in den Quotum kommen, so ist sehr dienlich, wann man sich apart alle Producte des Divisoris durch einfache Zahlen aufschreibt, wodurch man sich alsdann des Multiplicirens, so bei einer jeden Operation vorkommt, enthebt. Bei kleineren Exempeln aber, da man sich diese Mühe nicht geben will, kann man sich folgendergestalt helfen. Erstlich stellt man sich alle Figuren des Divisors ausser der ersten als Ziffern vor, und siehet nach dem vorhergehenden Punkt, wie viel mal alsdann dieser Divisor in dem vorgelegten Theil des Dividendi enthalten sei. Hernach stellt man sich die erste Figur um eins grösser vor, und sieht wiederum, wie viel mal dieser Divisor in derselben Zahl enthalten sei. Weilen nun von diesen 2 angenommenen Divisoribus jener kleiner, dieser aber grösser ist als der wahre Divisor, so wird jener Quotus zu gross, dieser aber zu klein sein. Man nimmt demnach für den Quotum eine mittlere Zahl, welche jenem oder diesem Quoto näher kommt, je nachdem _der wahre Divisor jenem oder diesem näher ist. Mit diesem Quoto probirt man nun die Operation, und wann derselbe noch entweder zu gross oder zu klein gefunden wird, so muss man es mit einem kleineren oder grösseren probiren. Als in dem vorhergehenden Exempel, da die Frage war, wie viel mal 23 in 178 enthalten sei, so dividire man erstlich 178 durch 20 oder 17 durch 2, und dann 178 durch 30 oder 17 durch 3. Es wird also für den Divisor 20 der Quotus 8 sein; für den Divisor 30 aber 5. Weilen nun der wahre Divisor 23 dem ersteren Divisori näher kommt, so muss auch der wahre Quotus dem 8 näher sein als dem 5, wie er dann auch 7 ist gefunden worden. Kommt aber der Divisor einem von den zweien, welche angenommen werden, gar um viel näher als dem anderen, so hat man auch nur mit dem näheren allein zu probiren, und zwar mit dieser Vorsichtigkeit, dass, wann der kleinere näher kommt, der Quotus bisweilen nur um eine Unität zu gross, im andren Fall aber zu klein herauskomme. Auf diese Art nimmt man also anstatt des wahren Divisoris solche an, welche aus einer einfachen Zahl mit daran gehängten Ziffern bestehen, mit welchen die Division oder vielmehr nur die Findung des Quoti, indem der Rest nicht von nöthen, nach dem vorhergehenden Punkt eben so leicht als mit einfachen Zahlen bewerkstelliget wird. Als wann die Frage ist, wie viel mal 319 in 1268 enthalten sei, so sehe ich nur, wie viel mal 300 darinn enthalten sei, und probire nicht einmal mit 400, weilen 319 jener Zahl weit näher kommt als dieser. Um aber zu finden, wie viel mal 300 in 1268 enthalten sei, so darf man nur sehen, wie viel mal 3 in 12 begriffen sei, welches 4 mal ist; also wird der Quotus 4 sein, oder auf das höchste nur 3. Wann aber gesucht wird, wie viel mal 2976 in 15873 enthalten sei, so bediene man sich nur des Divisoris 3000 allein, und dividire also 15 durch 3, so wird der Quotus 5 der wahre Quotus sein. Vermittelst dieser Anleitung wird man nun leicht finden können, wie viel mal ein jeglicher vorgegebener Divisor in einem jeden Theil des Dividendi enthalten sei, und wird also die Figuren, aus welchen der Quotus besteht finden können. Durch eine fleissige Übung aber wird man sich diese Arbeit sehr erleichtern.

II. Weilen es aber auf diese Art geschehen kann, dass man den Quotum um eins entweder zu gross oder zu klein angenommen, so kann man dieses auf folgende Art leicht innen werden und also korrigiren. Nämlich wann der Quotus zu gross ist angenommen worden, so kann man dasselbe gleich merken, wann man nur den Divisorem damit multiplicirt, und das Product grösser ist als der Theil des Dividendi, davon dasselbe abgezogen werden sollte. Ist aber dieses Product kleiner, so dass die Subtraction geschehen kann, der Rest aber, der überbleibt, so gross oder grösser als der Divisor, so ist dieses eine Anzeige, dass man den Quotum zu klein angenommen, und denselben also um eins grösser annehmen müsse. Vermittelst dieser Regeln kann man sich nun leicht vorsehen, dass man keinen Fehler begeht.

9. *Hieraus folget nun diese Regel für die Division: Nachdem man den Divisorem für den Dividend um gesetzet, so werden von dem Dividendo zur Linken entweder so viel*

Figuren, als der Divisor hat, abgeschnitten, wann nämlich dieser Abschnitt eine so grosse oder grössere Zahl austragt als der Divisor ist, oder in widrigem Falle eine mehr. Hierauf sieht man, wie viel mal der Divisor in diesem Abschnitt enthalten ist, und die gefundene Anzahl schreibt man in Quotum als die erste Figur zur Linken. Mit diesem Quoto multiplicirt man den Divisorem und subtrahirt das Product von dem Abschnitt des Dividendi . An den Rest hängt man die nach dem Abschnitt folgende Figur des Dividendi an, und sucht wiederum, wieviel mal der Divisor in dieser Zahl enthalten ist, welche Zahl die zweite Figur des Quoti gibt; und mit dieser multiplicirt man wieder den Divisorem, subtrahirt das Product von jener Zahl und hängt an den Rest die folgende Figur des Dividendi. In dieser Zahl sucht man ferner, wieviel mal der Divisor enthalten ist, und verrichtet eben die vorigen Operationen, bis man den völligen Quotum bekommen. Was bei der letzten Subtraction zurückbleibt, ist der Rest, so bei der Division noch übrig ist.

Der Grund von diesen Operationen ist schon im vorhergehenden deutlich genug dargethan worden, und derowegen ist zu fernerer Erklärung dieser Regel nicht mehr nöthig, als dass wir dieselbe durch etliche Exempel weiter zum Gebrauch anwenden. Lasst uns demnach diese Zahl 943 769 703 durch 251 dividiren, welche Operation also wie folgt geschehen wird:

```
Divisor   Dividendus        Quotus
 251)       943|769703     (3760038
            753
            1907
            1757
            1506
            1506
                 970
                 753
                  2173
                  2008
der Rest           165
```

Da der Divisor aus 3 Figuren bestehet, so werden von dem Dividendo nur 3 Figuren abgeschnitten, nämlich 943, weilen diese Zahl schon grösser ist als der Divisor. In diesem Abschnitt ist nun der Divisor 3 mal enthalten, und deswegen schreibt man 3 als die erste Figur in den Quotum, und multiplicirt durch 3 den Divisor; das Product 753 schreibt man unter den Abschnitt und subtrahirt. An den Rest 190 hängt man die nach dem Abschnitt folgende Figur des Dividendi, nämlich 7, und sucht, wie viel mal der Divisor in 1907 enthalten ist. Dieses ist nun 7 mal, und schreibt deswegen 7 in den Quotum. Mit 7 multiplicirt man ferner den Divisorem und subtrahirt das Product 1757 von den 1907; zum Rest 150 schreibt man die folgende Figur des Dividendi, nämlich 6, da man dann 1506 haben wird. In diesen 1506 ist nun der Divisor 6 mal enthalten, weswegen 6 in den Quotum gesetzet, und damit der Divisor multiplicirt wird. Das Product, so eben auch 1506 ausmacht, wird also von 1506 abgezogen, da dann nichts übrig bleibt. Wann man nun nach der Regel die folgende Zahl des Dividendi 9 dazu schreibt, so hat man nur 9, in welcher Zahl der Divisor kein mal begriffen ist; derowegen schreibt man 0 in den Quotum; und da 0 mal 251 auch 0 ausmacht, und 0 von 9 subtrahirt 9 zurück lässt, so ist unnöthig, diese Operation hinzuschreiben, sondern man betrachtet gleich diese 9 als den Rest, und schreibt dazu die folgende Figur 7. Man hat also 97, in welcher Zahl der Divisor wiederum kein mal begriffen ist, und schreibt deswegen wieder 0 in Quotum, da dann eben die 97 der Rest sein werden. Hieran hängt man ferner die folgende Figur des Dividendi, nämlich 0; so hat man 970, in welcher Zahl der Divisor nunmehr 3 mal enthalten ist. Derowegen schreibt man 3 in den Quotum, und das Product des Divisors durch 3, nämlich 753, subtrahirt man von 970, da dann 217 überbleibt. Hierzu wird endlich die letzte Zahl des Dividendi, 3, geschrieben, und da 251 in 2173 acht mal enthalten ist, 8 in Quotum gesetzt. Nun 8 mal 251 macht 2008, welche Zahl von 2173 abgezogen 165 zurück lässt. Diese 165 sind demnach der Rest, und 3760038 der gesuchte Quotus. Dieses Exempel ist deswegen beigebracht worden, damit man sehe, wie 0 in den Quotum kommen können, und damit man dieselben nicht vergesse, dahin zu schreiben. Dann so oft eine Zahl von dem Dividendo herabgeschrieben wird, so oft muss eine Figur in den Quotum kommen, es sei gleich eine würkliche Zahl oder eine Ziffer. Und deswegen muss die Anzahl der Figuren des Quoti allzeit um eins grösser sein, als die Anzahl der Figuren, welche im Dividendo nach dem Abschnitt folgen. Es sollen ferner 255543000 durch 827 dividirt werden wie folgt:

```
827) 2555|43000 (309000
     2481
     ----
       7443
       7443
       ----
          000
```

In diesem Exempel, da der Divisor wieder aus 3 Figuren besteht, muss der Abschnitt aus 4 Figuren bestehen, weilen 3 Figuren, 255, kleiner sind als der Divisor, und folglich eine 0 zu Anfang in Quotum kommen würde, welche von keiner Bedeutung und also überflüssig ist. Wenn nun 2555 durch 827 dividirt werden, so kommen 3 in Quotum und bleiben 74 über. Zu diesen 74 schreibe man die folgende Figur des Dividendi, 4, so hat man 744, in welcher Zahl der Divisor kein mal enthalten ist, weswegen man in Quotum eine 0 setzt, und zu den 744 gleich die folgende Figur 3 herabschreibt. In 7443 ist nun der Divisor 9 mal enthalten, welche 9 in Quotum gesetzt werden. 9 mal 827 macht aber gleich 7 443, weswegen in der Subtraction nichts zurück bleibt. Die folgende Figur des Dividendi 0 herabgeschrieben, gibt in Quotum eine 0, ingleichem auch die zwei letzten 00 des Dividendi; und da 0 mit dem Divisor multipicirt 0 gibt, und 0 von 0 subtrahirt 0 zurücklässt, so wird der Rest 0 sein, und der Quotus 309000. Gleichwie ferner im siebenten Punkt ist gewiesen worden, dass die Division durch eine einfache Zahl mit daran gehängten Ziffern auf eben die Art verrichtet werden könne, als mit der einfachen Zahl allein: also ist auch aus eben denselben Gründen leicht zu ersehen, dass dieses auch statt habe bei Divisoren, welche aus zusammengesetzten Zahlen mit daran gehängten Ziffern bestehen. Nämlich man kann gleichergestalt die Ziffern von dem Divisare und eben so viel Figuren von dem Dividendo abschneiden, und solchergestalt den Quotum suchen. Um aber den Rest zu haben, muss man zu dem durch diese Division gefundenen Rest die vom Dividendo abgeschnittenen Figuren hinzuschreiben. Als wann zum Exempel 1307 629 durch 3700 dividirt werden sollen, so wird die Operation folgendergestalt stehen:

```
Divisor  Dividendus  Quotus
37|00)  130|76|29 (353
         111
          197
          185
           126
           111
der Rest    1529
```

Weilen nun diese Anleitung zur Division hinlänglich ist, und zu einer fertigen Ausübung der gegebenen Regeln weiter nichts als ein fleissiges Exercitium erfordert wird, so wollen wir, um den Gebrauch der Division im gemeinen Leben zu zeigen, einige Exempel hinzufügen.

Exempel [der Division]

I. Neunzehn Personen haben unter sich die Summe von 71 098 Rubel so zu theilen, dass ein jeder davon so viel bekomme als der andere. Nun ist die Frage, wie viel ein jeder bekommen werde?

Antw.: Weilen ein jeder so viel bekommen soll als der andre, so muss diese Summe von 71 098 Rubel in 19 gleiche Theile zertheilet werden. Dieses geschieht aber, wann man 71098 durch 19 dividirt, da dann der Quotus ausweisen wird, wie viel Rubel einer Person zukommen. Die Operation ist also wie folget:

```
1 9)  7 1|0 9 8 (3 7 4 2
      5 7
      1 4 0
      1 3 3
        7 9
        7 6
          3 8
          3 8
            0
```

Es wird demnach eine Person gerad 3742 Rubel bekommen und nichts zurück bleiben, weilen diese Division ohne einigen Rest aufgegangen.

II. Ein Vater hinterlässt seinen drei Söhnen 39 690 Rubel, welche kraft des Testaments solchergestalt unter dieselben sollen getheilet werden, dass der älteste zwei mal so viel davon bekomme als der mittlere, der mittlere aber zwei mal so viel als der jüngste. Nun ist die Frage, wie viel ein jeder davon zu erben habe?

Antw.: Da der mittlere zwei mal so viel bekommen soll als der jüngste, der älteste aber zwei mal so viel als der mittlere, so wird, wann der jüngste seine Portion bekommen, der mittlere zwei, der älteste aber 4 dergleichen Portionen empfangen. Solcher Portionen, welche unter sich gleich, sind also 7; und deswegen muss die ganze Verlassenschaft in 7 gleiche Theile zertheilet werden, davon 1 Theil dem jüngsten, 2 dem mittleren, und die übrigen 4 dem ältesten zukommen müssen. Man hat derohalden nur die Summe von 39 690 Rubel durch 7 zu dividiren, so wird der Quotus, nämlich 5670 Rubel, die Grösse einer Portion dargeben. Folglich bekommt der jüngste Sohn 5670 Rubel, der mittlere 11340 Rubel und der älteste 22 680 Rubel.

III. Unter eine gewisse Anzahl Soldaten werden 748818 Rubel so ausgetheilet, dass ein jeder 283 Rubel bekommt. Also ist die Frage, wieviel Soldaten gewesen sein?
Antw.: Da ein jeder Soldat 283 Rubel bekommt, so muss, wann man 283 mit der Anzahl der Soldaten multiplicirt, die vorgegebene summe, nämlich 748818 herauskommen. Diese Frage läuft also dahin aus, dass man eine Zahl finde, welche mit 283 multiplicirt 748818 herausbringe. Dieses geschieht nun durch die Division, wann man 748818 durch 283 dividirt: dann da hat der gefundene Quotus diese Eigenschaft, dass derselbe mit dem Divisore 283 multiplicirt 7 48 818 gibt. Derowegen um die Anzahl der Soldaten zu finden, darf man nur 748818 durch 283 dividiren, da dann der Quotus die verlangte Anzahl der Soldaten anzeigen wird, wie folgt:

```
283) 748818 (2646
     566
     1828
     1698
       1301
       1132
       1698
       1698
          0
```

Die Anzahl der Soldaten ist demnach 2 646 Mann.

IV. Wer um den ganzen Erdboden herum reisen will, muss einen Weg von 132 300000 englischen Schuhn absolviren. Nun ist die Frage, wie viel solcher Schuh auf einen Grad, ingleichem auch auf eine Werste gehen?
Antw.: Der Umkreis um die Erde pflegt in 360 Grad getheilt zu werden; wann man also 132300000 durch 360 dividirt, so wird der Quotus, welcher 367500 ist, anzeigen, wie viel Schuhe auf einen Grad gehen. Ferner hält ein Grad 105 Werste; derowegen, wann man 367500, nämlich die Anzahl der Schuhe, so einen Grad ausmachen, durch 105 dividirt, so wird der Quotus zeigen, wie viel Schuh auf eine Werste gehen. Der Quotus aber wird gefunden 3500. Derowegen werden 367500 englische Schuh einen Grad auf dem Erdboden, 3500 Schuh aber eine russische Werste ausmachen.